Name:	
Klasse/Jahrgang:	

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reife-Probeprüfung

BHS

HIMMELSGESETZE

Datum:

Angewandte Mathematik Teil A + Teil B (Cluster 9)

Vorsicht!

Es gilt hier kein Beurteilungsschlüssel!

Du sollst ALLE Aufgaben lösen können. Es geht hier um eine ‚Selbstdiagnose'. Mit Hilfe dieses Tests kannst du herausfinden, in welchen Bereichen du gut und wo du noch schwach bist und dadurch dich auch in diesen Bereichen verbessern...[1]

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Das vorliegende Aufgabenheft (Teil A und Teil B) enthält acht Aufgaben mit unterschiedlich vielen Teil aufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen insgesamt 270 Minuten an reiner Arbeitszeit für Teil A und Teil B zur Verfügung. Verwenden Sie für die Bearbeitung einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich das Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Antwortblätter. Schreiben Sie Ihren Namen in das dafür vorgesehene Feld auf der ersten Seite des Aufgabenheftes und auf jedes Antwortblatt. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Die Verwendung eines durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheftes und elektronischer Hilfsmittel (grafikfähige Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikation nach außen getragen werden kann und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Antwortblätter.

Handreichung für die Bearbeitung der SRDP in Angewandter Mathematik

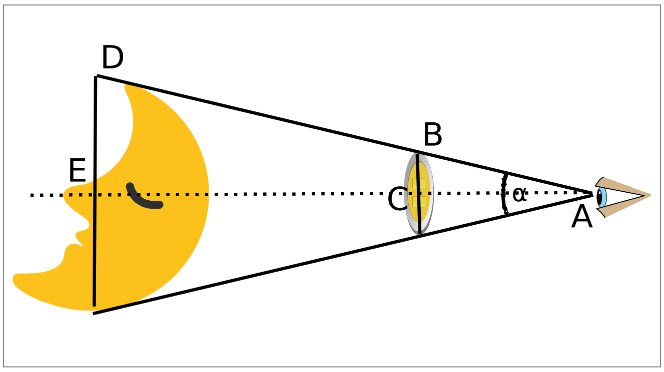
- Jede Berechnung ist mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz und einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben werden) durchzuführen.
- Selbst gewählte Variablen sind zu erklären und gegebenenfalls mit Einheiten zu benennen.
- Ergebnisse sind eindeutig hervorzuheben.
- Ergebnisse sind mit entsprechenden Einheiten anzugeben.
- Werden Diagramme und Skizzen als Lösungen erstellt, so sind die Achsen zu skalieren und zu beschriften.
- Werden geometrische Skizzen erstellt, so sind die lösungsrelevanten Teile zu beschriften.
- Vermeiden Sie frühzeitiges Runden.
- Legen Sie allfällige Computerausdrucke der Lösung mit Ihrem Namen beschriftet bei.
- Wird eine Aufgabe mehrfach gerechnet, so sind alle Lösungswege bis auf einen zu streichen

Viel Erfolg![2]

2 Die Anleitung ist eine Kopie aus den BRP-Prüfungen und daher CC-0

AUFGABE 1

a) Den Umfang der Erde hat schon ziemlich genau im 4. Jahrhundert v.Chr. Eratoscthenes gemessen, es war also schon bekannt, dass die Erde nicht flach ist. Mit Hilfe des Schattens der Erde auf den Mond wurde auch den Durchmesser des Mondes auf ca. 3400 km berechnet werden. Mit einer Münze, deren Durchmesser 8,5 mm ist, kann das Bild des Mondes ganz knapp abgedeckt werden, wenn die Münze 90 cm entfernt von Auge gehalten wird.



- Lesen Sie aus der Angabe ab, wie viel die Abstände AB bzw. BC sind und Zeigen Sie mit ihrer Hilfe, dass der Winkel α am Punkt A ca. 0,54° ist!

- Benutzen Sie dann diesen Winkel und die Informationen aus der Angabe, um den ungefähren Abstand AD zwischen Mond und Erde zu berechnen!

- Der Durchmesser der Erde ist ca. das 4-fache des Durchmessers des Mondes. Welche der folgenden Aussagen ist wahr? (eine Antwort ankreuzen!)

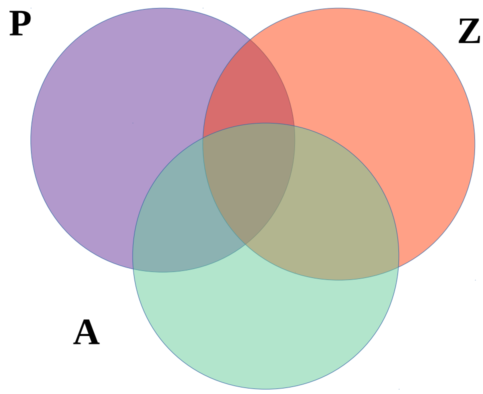
Ihre Oberfläche ist 1500% mehr als die des Mondes	
Ihr Volumen ist das 64-fache des Volumen des Mondes	
Ihre Oberfläche ist das 4-fache der Oberfläche des Mondes	
Ihr Volumen ist das 16-fache des Volumen des Mondes	

b) Ein Astronom beobachtet mit dem Teleskop einen Bereich des Himmels mit 613 Sterne. 14 der beobachteten Sterne gehören zur Andromedagalaxie, haben Planeten und sind sogenannte „rote Zwerge“. 30 Sterne haben Planeten und gehören zur Andromeda, 41 sind rote Zwerge und gehören zu Andromeda, und 24 haben Planeten und sind rote Zwerge. Insgesamt gibt es in diesem Bereich 202 Sterne, die zu Andromeda gehören, 119 die rote Zwerge sind und 69 die Planeten haben.

- Erstellen Sie das entsprechende Venn-Diagramm (Mengen-Diagramm)! Schreiben Sie dabei wie viele Sterne es in jeder Grund-Untermenge gibt.

- Wie viele Sterne haben eine bzw. keine der drei Eigenschaften?

- Sei A die Menge der Sterne, die zu Andromeda gehören, Z die Menge der „roten Zwerge“ und P die Menge der Sterne mit Planeten. Veranschaulichen Sie in der folgenden Abbildung die Menge: $(A \cup P) \setminus Z$



c) In einem anderen Bereich haben die roten Zwerge durchschnittlich 0,6 M_O und die weißen Riesen 30 M_O (M_O ist eine astronomische Masseneinheit und entspricht der Masse der Sonne). Die roten Zwerge haben durchschnittlich 2 Planeten, die weißen Riesen 1,4. Rote Zwerge und weiße Riesen haben zusammen 465 M_O Masse und 71 Planeten. Wie viele rote Zwerge bzw, weiße Riesen gibt es in diesem Bereich?

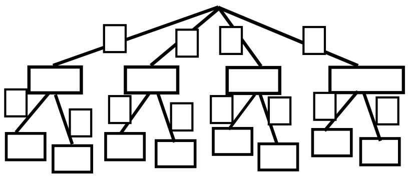
AUFGABE 2

a) Die Geschwindigkeit einer Rakete in Tausend km pro min in Abhängigkeit von der Zeit in min wird durch eine Polynomfunktion 3. Grades angegeben. Der Wert der Funktion an des Stelle 3 ist 0,15 und die Ableitung der Funktion am Punkt (2|0,6) ist 1,2. An der Stelle 5 führt die Funktion knickfrei zur Gerade $y=-x+4{,}6$.

- Berechnen Sie die Koeffizienten der Funktion!

- Was bedeutet die momentane Änderungsrate der Funktion in diesem Zusammenhang?

b) 10% der Sterne einer Galaxie sind weiße Riesen, 53% rote Zwerge, 8% Neutronensterne und der Rest andere Kategorien. 2% der weißen Riesen haben Planeten. 8% der Sterne, die nicht weiße Riesen sind, haben auch Planeten.



- Vervollständigen Sie das der Situation entsprechende nebenstehende Diagramm!

- Beschreiben Sie das Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch $0{,}1\cdot 0{,}02+0{,}53\cdot 0{,}08+0{,}08\cdot 0{,}08+0{,}29\cdot 0{,}08$ berechnet wird!
Wie viel ist Wahrscheinlichkeit, dass unter 23 zufällig ausgewählten Sternen höchstens 4 nicht rot sind?

- Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E wird durch $P(E)=\sum_{k=0}^{7}\binom{23}{k}0{,}08^k\,0{,}92^{23-k}$ angegeben. Beschreiben Sie das entsprechende Ereignis!

c) Der Durchmesser von verschiedenen Sternen in Sonnenradien (Längeneinheit) ist:

1,2	3,8	13	0,2	5,2	9,5	11,2	3,9	7,2	8,7

- Jemand hat bei der Erstellung des entsprechenden Boxplot-Diagramms 5,3 statt 5,2 eingetragen.

- Erklären Sie warum (oder warum nicht) dieser Tippfehler die Form des Diagramms ändert! Ändert sich dadurch das Quartil, in dem sich der Wert 1,2 befindet?

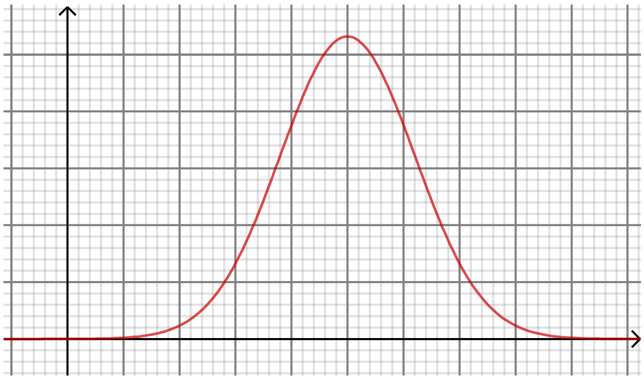
- Bilden die Werte 0,2-1,2-7,2 eine arithmetische oder geometrische Folge, oder keine von beiden? Erklären Sie warum!

AUFGABE 3

a) Die Höhe des quaderförmigen Treibstoffbehälters eines Raumschiffes ist 3,2 m. Wenn er bis 5 dm unter dem oberen Rand mit Treibstoff befüllt wird, beträgt das Volumen des Treibstoffes 10,8 m³. Wie lang ist die Seite der quadratischen Basis?

b) Sterne bestehen aus Gasen, vor allem aus Wasserstoff. Die Geschwindigkeit der Teilchen eines Gases hängt von der Temperatur ab: Je wärmer ein Gas ist, desto höhere sind die Geschwindigkeiten seiner Teilchen. Diese Geschwindigkeiten sind bei einer bestimmten Temperatur (näherungsweise) normalverteilt.

- Bei einem bestimmten Gas ist die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen 3,5 km/s und die Standardabweichung 0,3 km/s. In welchem symmetrischen Intervall liegen 75% der Geschwindigkeiten?



-Wenn die Verteilung der Geschwindigkeiten dieses Gases in nebenstehenden Diagramm abgebildet wird, *skizzieren* Sie in diesem Diagramm die Verteilung eines Gases mit 3,8 km/s mittlerer Geschwindigkeit und 0,2 km/s Standardabweichung!

- Welche der folgenden Ausdrücken sind in Gleitkommadarstellung und welche sind gleich zu 3,5 km/s?

$21 \cdot 10^4$ m/min	**A**
21 km/h	**B**
1,26 km/h	**C**
$3{,}5 \cdot 10^3$ m/s	**D**
$1{,}26 \cdot 10^4$ km/h	**E**

Gleitkommadarstellung:
3,5 km/s = ……….

AUFGABE 4

a) Der Druck in der Mitte eines Sterns ist 7,3 GPa und nimmt pro 100 km Abstand von der Mitte um 8,2% ab.

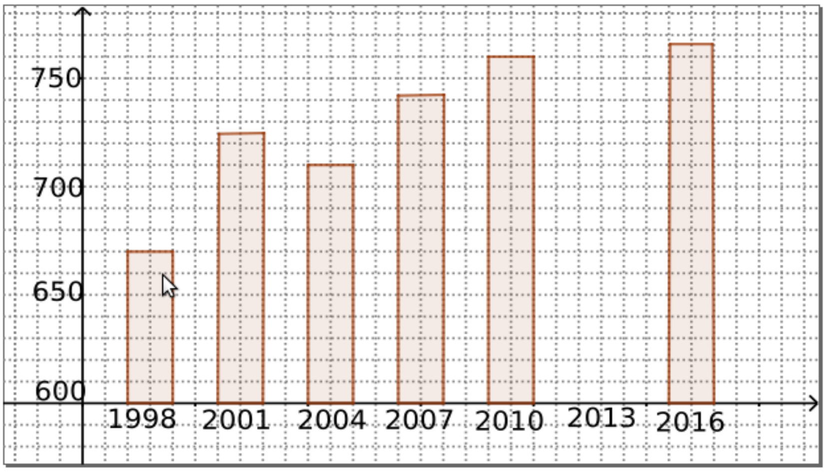
- Erstellen Sie eine Funktion für diesen Zusammenhang! Geben Sie dabei die Einheiten für die abhängige und die unabhängige Variable der Funktion an!

- In welchem Abstand hat sich der Druck um 69% abgenommen?

- Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate des Druckes zwischen 150 und 450 km Abstand von der Mitte!

- Für einen anderen Stern wird entsprechend die Gleichung $0{,}5=0{,}954^{a}$ gelöst. Was gibt die Lösung dieser Gleichung in diesem Zusammenhang an?

b) Im nachstehenden Diagramm wird die Anzahl der Satelliten, die um die Erde kreisen, gezeigt.



- Eine Person behauptet, dass es im Jahr 2007 ca. doppelt so viele Satelliten gab wie im Jahr 1998, da die Höhe der entsprechenden Säule die doppelte ist. Erklären sie, ob diese Argumentation stimmt!

- Bilden Sie ein lineares Regressionsmodell für die abgebildeten Daten! Wählen Sie t=0 für das Jahr 1998.

- Nach welcher Zeit wird es nach diesem Modell 840 Satelliten geben?

- Wie viel war die mittlere Änderungsrate zwischen 1998 und 2010 (mit Einheiten)?

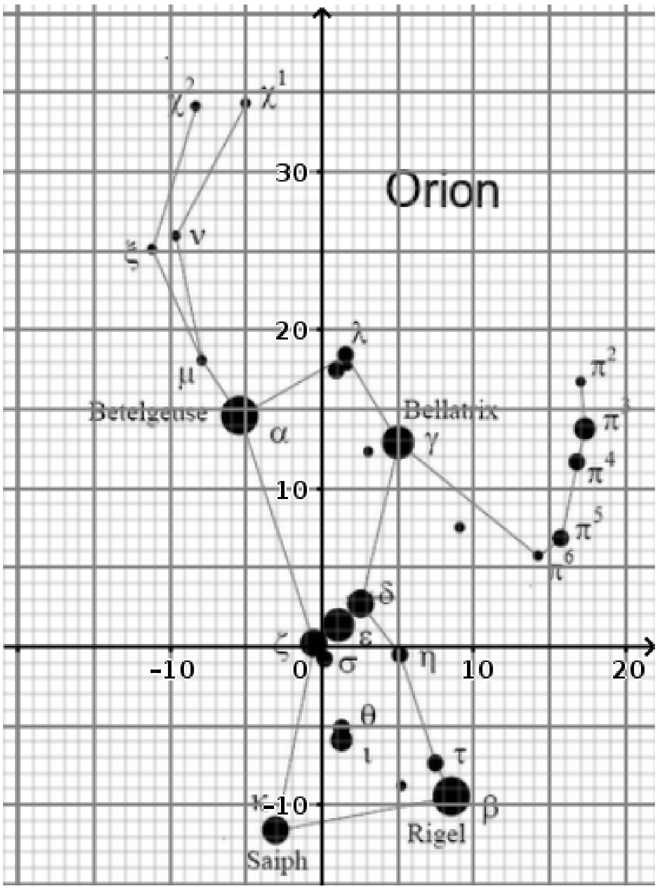
- Wann war die relative Änderung höher, zwischen 1998-2004 oder zwischen 2001-2016?

- Woher können wir im Diagramm erkennen, dass Satelliten nicht ewig um die Erde kreisen?

- Im Jahr 2013 gab es 720 Satelliten. Zeichnen Sie die entsprechende Säule im Diagramm!

AUFGABE 5

Das Sternbild Orion wird hier in einem kartesischen Koordinatensystem gezeigt.

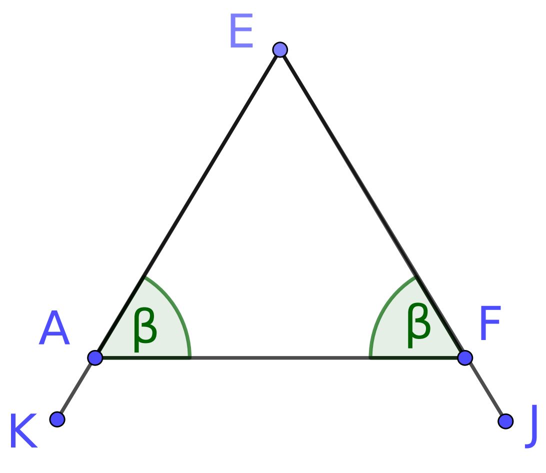


a) Wir suchen nach einem Stern X. Der Vektor zwischen Stern μ (nahe Betelgeuse) und X lautet $\begin{pmatrix}13\\-5\end{pmatrix}$ Wie heißt der Stern X?

b) Die Vektoren $\begin{pmatrix}13\\-5\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}2\\b\end{pmatrix}$ stehen normal aufeinander. Wie viel ist b?

c) Die Sterne γ, π^5 und π^3 formen ein gleichschenkliges Dreieck, wie in der nachstehenden Figur.

Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Winkels β, wenn die Längen a=AE und b=AF bekannt sind!



AUFGABE 6

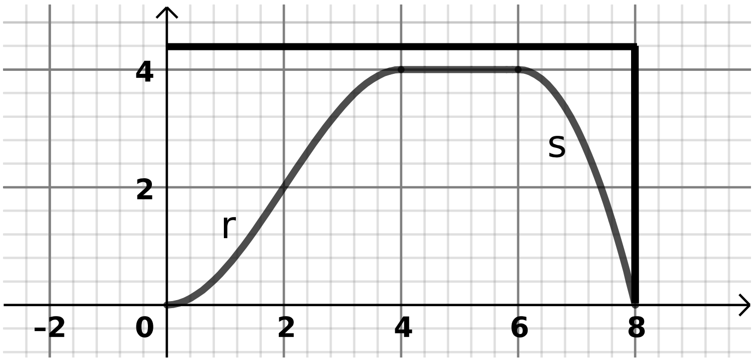
In den Sternen wird Wasserstoff als ‚Brennstoff' benutzt und wird in Helium umgewandelt (Kernfusion). Dichte ist Masse durch Volumen.

a) Die Dichte von Wasserstoff unter bestimmten Bedingungen ist 17 kg/m³. Es werden a kg pro Minute verbraucht. Schreiben Sie eine Formel für die produzierte Menge M (in kg) nach einer Zeit t (in Minuten) mit Hilfe von t und a auf:

M=

b) Ein Stern ‚stirbt' in der Regel, nachdem er 1/3 seines ‚Brennstoffes' verbraucht hat. Wie viel % mehr Wasserstoff hat er am Anfang als wenn er ‚stirbt'?

c) Bei einem Stern gehen wir davon aus, dass He mit einem festen Rhythmus produziert wird. Die Gerade ganz oben im nebenstehenden Diagramm zeigt uns wie viel dieser Rhythmus in Gm³ pro Millionen Jahren in Abhängigkeit von der Zeit in Millionen Jahren ist. Helium wird allerdings auch als Brennstoff aufgebraucht. Der entsprechende Zusammenhang wird durch die Funktionen r, s und die diese Funktionen verbindende Strecke gezeigt.



- Veranschaulichen Sie in der Abbildung den Ausdruck:

$$\int_0^8 4{,}4\,dx - \int_0^4 r\,dx - \int_4^6 4\,dx - \int_6^8 s\,dx$$

- Was bedeutet in diesem Zusammenhang der Ausdruck:

$$\int_0^4 r\,dx + \int_4^6 4\,dx + \int_6^8 s\,dx$$