



Modelo biológico não linear de efeito misto aplicado ao crescimento e produção de povoamentos comerciais de *Pinus taeda*

Non-linear biological model of mixed effect applied to the growth and production of commercial stands of *Pinus taeda*

DOI: 10.55905/rdelosv16.n48-020

Recebimento dos originais: 06/10/2023

Aceitação para publicação: 09/11/2023

Eduardo Resende Girardi Marques

Mestrando em Engenharia Florestal

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Endereço: Curitiba – PR, Brasil

E-mail: eduardo.rgmarques@gmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8690-3758>

Allan Libanio Pelissari

Doutor em Engenharia Florestal

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Endereço: Curitiba – PR, Brasil

E-mail: allanpelissari@gmail.com

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0915-0238>

Renata Alcarde Sermarini

Doutora em Ciências

Instituição: Universidade de São Paulo, Escola Superior de Agricultura 'Luiz de Queiroz' (USP – ESALQ)

Endereço: Piracicaba - SP, Brasil

E-mail: ralcarde@usp.br

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6425-9626>

Alexandre Behling

Doutor em Engenharia Florestal

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Endereço: Curitiba – PR, Brasil

E-mail: alexandre.behling@ufpr.br

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7032-2721>

Lucas Araujo Moura

Mestrando em Engenharia Florestal

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Endereço: Curitiba – PR, Brasil

E-mail: mouraflorestal@gmail.com



RESUMO

A estimativa do crescimento e da produção é essencial para o planejamento florestal, porém, diversos fatores tendem a influenciar o desenvolvimento das florestas, levando a diferentes padrões de crescimento. Para tratar essa variabilidade, modelos não lineares de efeito misto são úteis ao possibilitarem acomodar diferentes estruturas de covariância. Por isso, o objetivo deste estudo foi explorar o ajuste de modelos biológicos não lineares de efeito misto para prever a produção e analisar o crescimento de plantios de *Pinus taeda*, incorporando efeitos do manejo como sítio, sobrevivência e densidade. Ajustou-se a função de Gompertz pelo método dos mínimos quadrados com o algoritmo Gauss-Newton. Adicionalmente, a modelagem de efeito misto foi aplicada, considerando a população como efeito aleatório. Variações dos efeitos fixos foram consideradas, incorporando variáveis da população de forma aditiva, como sítio, sobrevivência e densidade de plantio. A qualidade dos ajustes foi avaliada pelos critérios de informação, medidas de erro, coeficiente de determinação e análises gráficas. A modelagem de efeito misto possibilitou incorporar as variações existentes entre os povoamentos, reduzindo o erro das estimativas do volume e melhorando a distribuição residual. O uso do efeito fixo do modelo de efeito misto permitiu ampliar sua capacidade preditiva, cuja incorporação do sítio e da sobrevivência como covariáveis revelou ganhos estatísticos na estimativa do volume.

Palavras-chave: efeitos aleatórios, efeitos fixos, modelo Gompertz, volume.

ABSTRACT

Estimating growth and production is essential for forest planning, but several factors tend to influence forest development, leading to different growth patterns. To treat this variability, nonlinear mixed-effect models are useful in accommodating different covariance structures. Therefore, the objective of this study was to explore the adjustment of non-linear biologic models with mixed effect to predict production and analyze the growth of *Pinus taeda* plantations, incorporating effects of management such as site, survival and density. The Gompertz function was adjusted using the least squares method with the Gauss-Newton algorithm. In addition, mixed effect modeling was applied, considering the population as a random effect. Variations in fixed effects were considered, incorporating population variables in an additive way, such as site, survival and planting density. The quality of the adjustments was assessed by the information criteria, error measurements, coefficient of determination and graphical analyzes. Mixed effect modeling made it possible to incorporate the variations existing between the stands, reducing the error of the estimates of the volume and improving the residual distribution. The use of the fixed effect of the mixed effect model allowed for the expansion of its predictive capacity, whose incorporation of the site and survival as covariates revealed statistical gains in the estimation of volume.

Keywords: random effects, fixed effects, Gompertz model, volume.

1 INTRODUÇÃO

O gênero *Pinus* tem grande importância econômica ao setor de florestas plantadas, uma vez que é a base da indústria de produção de celulose e papel e madeira sólida. As plantações de



Pinus no Brasil ultrapassaram 1,93 milhões de hectares da área florestal, no qual o *Pinus taeda* L. é a principal espécie cultivada (IBA, 2022).

Uma das principais necessidades das indústrias de base florestal é prever a disponibilidade de madeira no futuro. Por isso, modelos estatísticos desempenham um papel essencial ao simplificar e representar aspectos da realidade (Vanclay, 1994). Nesse sentido, os modelos de crescimento e produção são utilizados para prever o desenvolvimento e a produtividade de populações. Essas abordagens podem ser caracterizadas como um conjunto de equações que descrevem um sistema de forma quantitativa, por meio de observações e fenômenos biológicos (Burkhart et al., 1981).

Utilizam-se dados longitudinais na modelagem de efeito misto devido à sua capacidade de avaliar mudanças ao longo do tempo, tanto em nível global como individual (Singer & Andrade, 1986). De acordo com Pinheiro & Bates (2000), os modelos não lineares de efeito misto constituem uma expansão dos modelos lineares de efeito misto, pois permitem que a função de regressão seja não linear e dependa tanto de efeitos fixos quanto de aleatórios.

Modelos não lineares de efeito misto para dados longitudinais, como crescimento, são notáveis devido à sua estrutura de covariância flexível e habilidade em tratar dados desbalanceados. Eles permitem considerar covariáveis aleatórias antes dos efeitos fixos e capturam múltiplas fontes de heterogeneidade nos dados por meio de efeitos aleatórios. Assim, cada parâmetro no modelo é representado por um efeito fixo que reflete a população e um efeito aleatório que considera diferenças entre valores ajustados para indivíduos e o valor médio (Lindstrom & Bates, 1988; Pinheiro & Bates, 2000; Hall & Clutter, 2004).

Na literatura modelos de efeito misto não lineares têm sido aplicados em dados de crescimento em diversos segmentos, como florestais (Pinheiro & Bates, 2000; Calegario et al., 2005; Senilliani et al., 2019) e agrícolas (Pinheiro & Bates, 2000; Sousa et al., 2014). Por isso, o objetivo deste estudo foi explorar o ajuste de modelos biológicos não lineares de efeito misto para prever a produção e analisar o crescimento de plantios de *Pinus taeda*, incorporando efeitos do manejo como sítio, sobrevivência e densidade.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 ORIGEM DOS DADOS

A pesquisa foi desenvolvida por meio de dados da Klabin S.A. em povoamentos de *Pinus*



taeda na região dos Campos Gerais do estado do Paraná, Brasil. A região é caracterizada entre os climas Cfa e Cfb, de acordo com a classificação de Köppen (Alvares et al., 2013). A temperatura média anual é de 19,5°C e a precipitação média acumulada anual é de 1.599 mm.

Os dados foram provenientes de medições de parcelas permanentes do inventário florestal contínuo (IFC) com remedições bianuais, por meio do processo de amostragem estratificada. As medições ocorreram entre novembro de 2009 e novembro de 2022. As unidades amostrais possuem área variável entre 507 e 780 m² em função do espaçamento dos plantios, sendo um número fixo de 100 indivíduos. Em cada parcela, mediram-se as Circunferências à Altura do Peito (CAP) de todas as árvores, as alturas totais das 10 primeiras árvores e das árvores dominantes definida pelo critério de Assmann (Assmann, 1970). Os volumes de cada indivíduo foram estimados por meio do polinômio de quinto grau (Schöpfer, 1966).

2.2 PROCESSAMENTO

Utilizou-se o modelo biológico de Chapman-Richards (1) para construir as curvas de sítio, ajustando com os dados de altura dominante média e idade dos povoamentos. Em seguida, geraram-se as curvas de sítio monomórficas utilizando o método da curva guia, com a idade-índice de 15 anos.

$$H_{dom} = \beta_0(1 - e^{(-\beta_1 I)})^{\beta_2} \quad (1)$$

Em que:

H_{dom} é a altura dominante (m), β coeficientes a serem estimados, I é a idade (ano).

Para estimar a sobrevivência do plantio, utilizou-se a abordagem da equação de diferença algébrica (2), no qual prevê o número de árvores vivas em algum momento futuro com base no número atual de árvores e idade (Lemin & Burkhart, 1983).

$$N_2 = N_1 e^{(\beta_0(i_2^{\beta_1} - i_1^{\beta_1}))} \quad (2)$$

Em que:



N_1 é o número de árvores na idade atual, N_2 número de árvores na idade futura, i_1 é a idade atual, i_2 é a idade futura β coeficientes a serem estimados.

2.3 MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

Ajustou-se a função de Gompertz (M0) pelo método dos mínimos quadrados com algoritmo de Gauss-Newton (Tabela 1). Adicionalmente, a modelagem de efeito misto foi aplicada, considerando a população como efeito aleatório aos efeitos fixos (M1, Ma2, Ma3 e Ma4). Variações dos efeitos fixo também foram consideradas (Mf5, Mf6, Mf7 e Mf8), incorporando variáveis da população de forma aditiva, como sítio (S), sobrevivência (Sv) e densidade de plantio (D).

Nos modelos Mf5, Mf6 e Mf7, o efeito da variável sítio (S) foi inserido em todos os parâmetros. Em Mf6 e Mf7, adicionaram-se, acumulativamente, sobrevivência (Sv) e densidade de plantio (D), respectivamente. Para Mf8, tem os efeitos do sítio e da sobrevivência foram incorporados nos dois primeiros parâmetros, tendo apenas o sítio no último parâmetro do modelo. Esses modelos de efeito misto foram ajustados pelo método da máxima verossimilhança (MV).

Tabela 1 – Funções candidatas para modelagem do crescimento e produção do volume total do povoamento.

ID	Função	Ajuste	Efeitos aleatórios	Efeitos fixos
M0	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MQ - Gauss-Newton		$\beta_0 = A$ $\beta_1 = c$ $\beta_2 = k$
M1	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MV	$\beta_0 = \varphi_0 + \varphi_{0i}$ $\beta_1 = \varphi_1 + \varphi_{1i}$ $\beta_2 = \varphi_2 + \varphi_{2i}$	$\varphi_0 = A$ $\varphi_1 = c$ $\varphi_2 = k$
Ma2	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MV	$\beta_0 = \varphi_0 + \varphi_{0i}$ $\beta_1 = \varphi_1 + \varphi_{1i}$ $\beta_2 = \varphi_2$	$\varphi_0 = A$ $\varphi_1 = c$ $\varphi_2 = k$
Ma3	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MV	$\beta_0 = \varphi_0 + \varphi_{0i}$ $\beta_1 = \varphi_1$ $\beta_2 = \varphi_2$	$\varphi_0 = A$ $\varphi_1 = c$ $\varphi_2 = k$
Ma4	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MV	$\beta_0 = \varphi_0$ $\beta_1 = \varphi_1 + \varphi_{1i}$ $\beta_2 = \varphi_2 + \varphi_{2i}$	$\varphi_0 = A$ $\varphi_1 = c$ $\varphi_2 = k$
Mf5	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MV	$\beta_0 = \varphi_0 + \varphi_{0i}$ $\beta_1 = \varphi_1 + \varphi_{1i}$ $\beta_2 = \varphi_2 + \varphi_{2i}$	$\varphi_0 = A + S$ $\varphi_1 = c + S$ $\varphi_2 = k + S$
Mf6	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MV	$\beta_0 = \varphi_0 + \varphi_{0i}$ $\beta_1 = \varphi_1 + \varphi_{1i}$ $\beta_2 = \varphi_2 + \varphi_{2i}$	$\varphi_0 = A + S + Sv$ $\varphi_1 = c + S + Sv$ $\varphi_2 = k + S + Sv$
Mf7	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MV	$\beta_0 = \varphi_0 + \varphi_{0i}$ $\beta_1 = \varphi_1 + \varphi_{1i}$ $\beta_2 = \varphi_2 + \varphi_{2i}$	$\varphi_0 = A + S + Sv + D$ $\varphi_1 = c + S + Sv + D$ $\varphi_2 = k + S + Sv + D$
Mf8	$Y = \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 t}}$	MV	$\beta_0 = \varphi_0 + \varphi_{0i}$ $\beta_1 = \varphi_1 + \varphi_{1i}$	$\varphi_0 = A + S + Sv$ $\varphi_1 = c + S + Sv$



$$\beta_2 = \varphi_2 + \varphi_{21}$$

$$\varphi_2 = k + S$$

MQ – Mínimos quadrados; MV - Máxima verossimilhança; A c k d – Parâmetros condicionados ao efeito assintótico, ponto de inflexão e taxa de crescimento; S – Sítio; Sv – Sobrevivência; D – Densidade de plantio

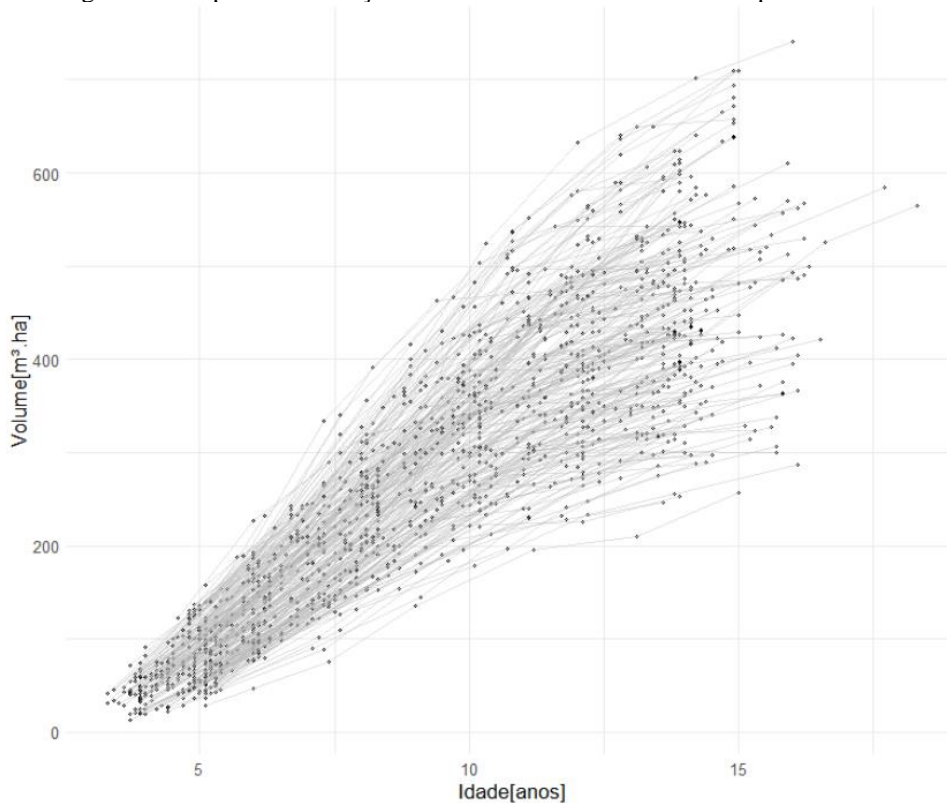
Fonte: Autor (2023)

A qualidade dos ajustes foi avaliada pelos Critérios de Informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC) e raiz quadrada do erro médio quadrático (RMSE). Além disso, também foram aferidos o coeficiente de determinação (R^2) e o erro padrão (syx), bem como a análise gráfica de resíduos.

3 RESULTADOS

A Figura 1 apresenta a dispersão da relação do volume total com a idade dos povoamentos, em que as linhas indicam o perfil do volume, enquanto os pontos são as medições. O comportamento observado da produção volumétrica ao longo do tempo expressa a elevada variabilidade entre os povoamentos florestais.

Figura 1 – Dispersão da relação do volume total com a idade dos povoamentos.



Fonte: Autor (2023)



A Tabela 2 apresenta os coeficientes de regressão estimados e as estatísticas de ajuste do modelo de Gompertz tradicional ajustado por mínimos quadrados (M0) e de efeito misto por máxima verossimilhança (M1). A diferença entre os valores estimados dos coeficientes entre o modelo M0 e o efeito fixo do M1 foi de 0,66%, -7,8% e 1,55%, respectivamente para β_0 , β_1 e β_2 . A raiz quadrada do erro médio quadrático (RMSE) foi inferior no modelo M1, ao passo que o erro padrão residual (syx) e o relativo (syx%) foi igualmente inferior para M1. As demais estatísticas, como coeficiente de determinação (R^2) e critério de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC) foram melhores no modelo de efeito misto (M1).

Tabela 2 – Estatísticas do modelo de Gompertz tradicional (M0) e de efeito misto (M1).

Modelo	β_0	β_1	β_2	syx	syx%	RMSE	R^2	AIC	BIC
M0	540.35 [12.74] ***	6.91 [0.45] ***	0.77 [0.01] ***	70,1	25,5	70,0	0,80	16.817	16.838
M1	536.84 [9.25] ***	7.46 [0.12] ***	0.76 [<0.01] ***	15,0	5,5	12,4	0,99	13.979	14.032

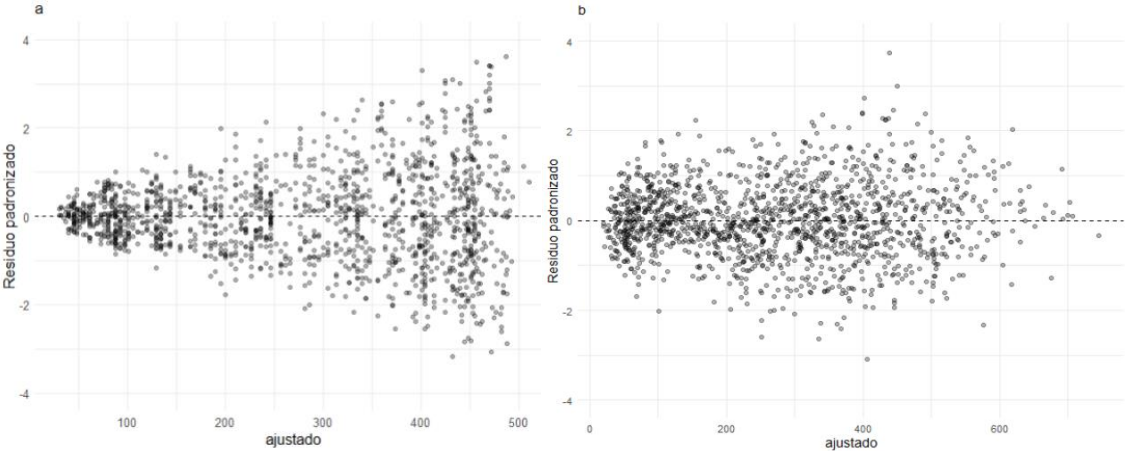
Fonte: Autor (2023)

β_i – coeficiente de regressão estimado; *** – $p < 0,001$; syx – erro padrão absoluto da regressão; syx% – erro padrão relativo da regressão; RMSE – raiz do erro quadrático médio; R^2 – coeficiente de determinação; AIC – Critério de Akaike; BIC – Critério Bayesiano.

No ajuste do modelo M0, observou-se a presença da heterocedasticidade na variância dos erros (Figura 2a). Por outro lado, notou-se a homoscedasticidade das variâncias para M1 (Figura 2b). Entretanto, não se observou a presença de viés nas estimativas por meio dos dois modelos.



Figura 2 – Resíduos padronizados para os modelos M0 (a) e M1 (b).

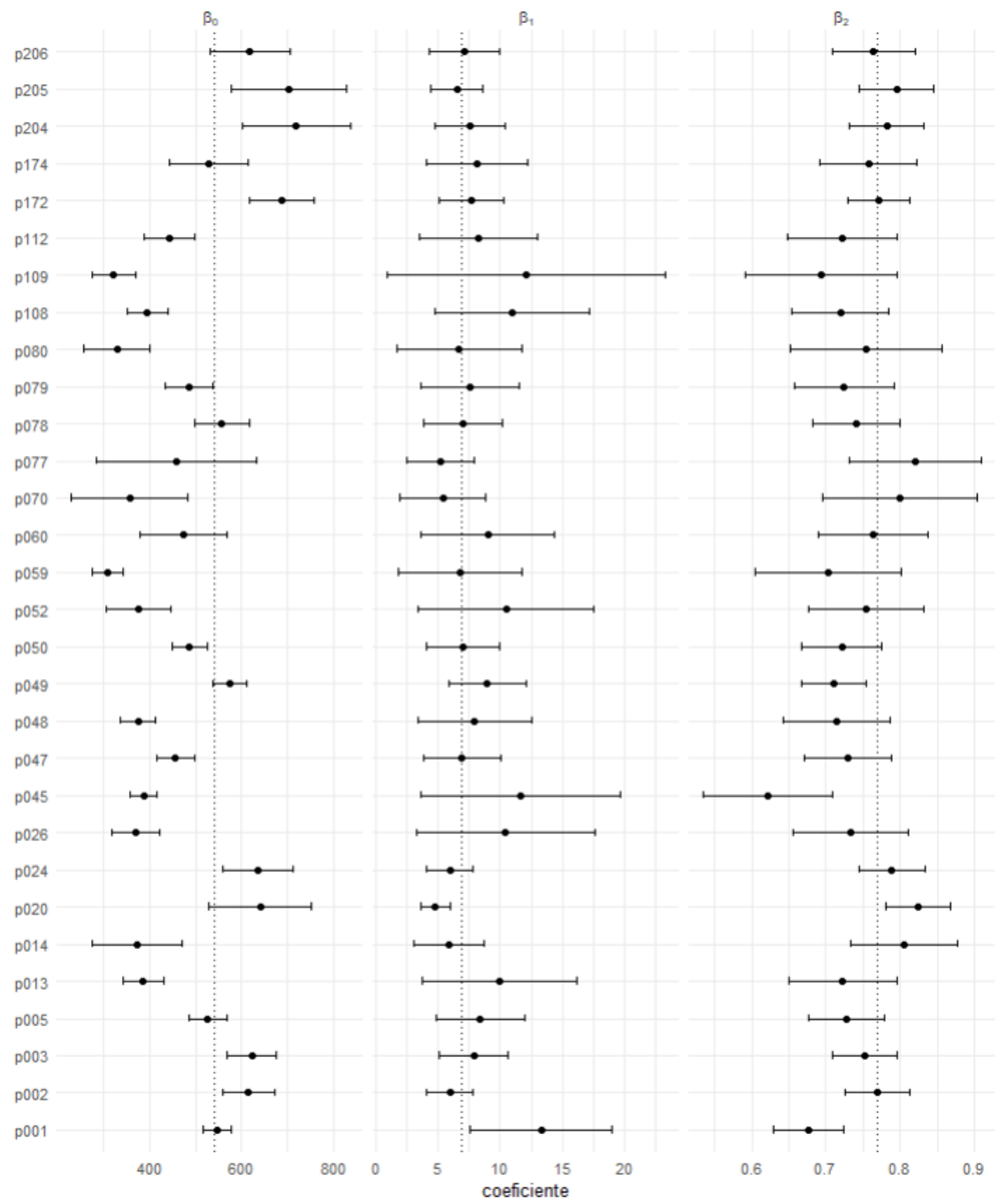


Fonte: Autor (2023)

A Figura 3 apresenta os intervalos de confiança a 95% de probabilidade dos coeficientes estimados do modelo de Gompertz ajustado para 30 populações selecionadas aleatoriamente. Esses coeficientes ajustados a cada população mostram maior variabilidade, em relação ao valor médio (linha tracejada), para β_0 , em comparação com β_1 e β_2 . Além disso, os intervalos de confiança não apresentaram a mesma largura, em que a maior variação foi observada para β_0 , seguida de β_1 e β_2 .



Figura 3 – Amostra de intervalo de confiança para coeficientes de regressão.



Fonte: Autor (2023)

A aplicação do efeito aleatório (Tabela 2) em todos os parâmetros (M1) resultou nos melhores valores, reduzindo o syx em 9% e o RMSE em 11% em comparação com o modelo que foi removido o efeito aleatório no β_2 (Ma2). A remoção do efeito aleatório no parâmetro β_0 (Ma4) resultou no ajuste com pior qualidade estatística. A ausência do efeito aleatório no β_0 aumentou



o seu valor de 536 no M1 para 713 no Ma4. A retirada do efeito aleatório no coeficiente β_1 ocasionou aumento de 33% no syx e de 38% no RMSE.

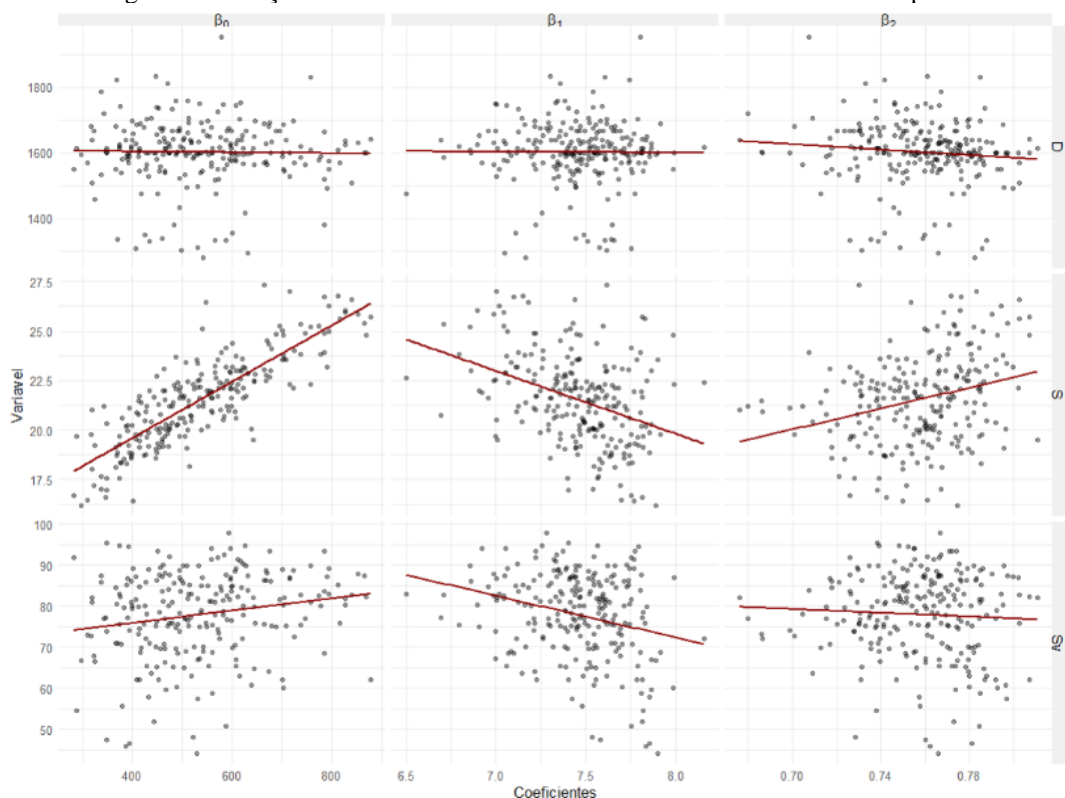
Tabela 2 – Estatísticas de ajuste com incorporação de efeitos aleatórios em distintos coeficientes de regressão do modelo de Gompertz

Modelo	ϕ_0	ϕ_1	ϕ_2	syx	syx%	RMSE	R^2	AIC	BIC
M1	536.84 [9.25] ***	7.46 [0.12] ***	0.76 [<0.01] ***	15,0	5,5	12,4	0,99	13.979	14.032
Ma2	540.69 [8.4] ***	6.98 [0.13] ***	0.77 [<0.01] ***	16,6	6,0	13,9	0,99	14.098	14.135
Ma3	530.66 [8.4] ***	7.23 [0.17] ***	0.76 [<0.01] ***	24,7	9,0	22,7	0,98	14.627	14.654
Ma4	713.61 [7.31] ***	5.03 [0.11] ***	0.84 [<0.01] ***	25,7	9,4	22,3	0,98	14.960	14.997

Fonte: Autor (2023)

Na Figura 4 apresenta-se a relação das covariáveis densidade do plantio (D), sítio (S) e sobrevivência (Sv) em função dos efeitos aleatórios. A covariável sítio (S) apresentou associação linear com os três coeficientes do modelo, com destaque para o parâmetro assintótico (β_0). A densidade de plantio (D) e a sobrevivência (Sv) não expressou associação com o β_2 , ao passo que Sv também não apresentou relação com os demais coeficientes.

Figura 4 – Relação entre covariáveis e efeitos aleatórios do modelo de Gompertz.



Fonte: Autor (2023)



Na Tabela 3, apresentam-se os coeficientes ajustados do efeito fixo com a inclusão das covariáveis. A densidade de plantio (D) não apresentou significância para β_0 , β_1 e β_2 , ao passo que a sobrevivência (Sv) não expressou significância apenas para β_2 , enquanto a covariável sítio (S) apresentou significância em todos os coeficientes.

Tabela 3 – Coeficientes ajustados de efeito fixo com a inclusão de covariáveis do modelo de Gompertz.

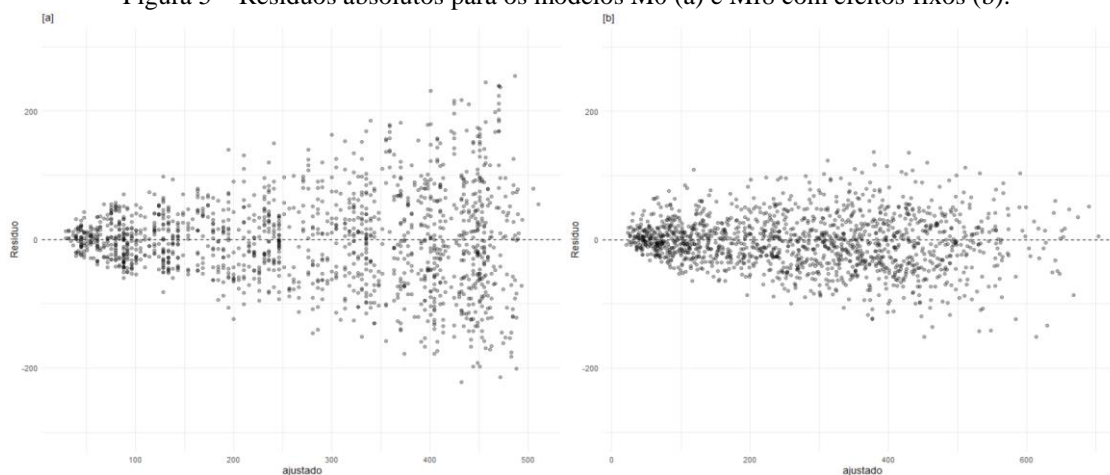
mol	β_0	β_{SV}	β_{SD}	β_D	β_S	β_{SD}	β_{SV}	β_D	β_S	β_{SD}	β_{SV}	β_D
M5	-564.274 [53.69] ***	51.255 [2.5] ***	NA	NA	9.086 [1.15] ***	-0.078 [0.05]	NA	NA	0.671 [0.03] ***	0.004 [<0.01] ***	NA	NA
M6	-818.9366 [63.21] ***	52.1234 [2.31] ***	3.0415 [0.49] ***	NA	12.1611 [1.44] ***	-0.1 [0.05] *	-0.0325 [0.01] **	NA	0.6377 [0.03] ***	0.0045 [<0.01] ***	0.0003 [<0.01]	NA
M7	-890.70073 [110.98] ***	52.23183 [2.3] ***	3.07967 [0.49] ***	0.04143 [0.05]	11.18153 [2.52] ***	-0.09805 [0.05] *	-0.0317 [0.01] **	0.00054 [<0.01]	0.71677 [0.06] ***	0.00437 [<0.01] ***	0.00024 [<0.01]	-0.00004 [<0.01]
M8	-791.116 [57.6] ***	52.193 [2.31] ***	2.669 [0.36] ***	NA	11.372 [1.26] ***	-0.1 [0.05] *	-0.023 [0.01] **	NA	0.661 [0.03] ***	0.005 [<0.01] ***	NA	NA

Fonte: Autor (2023)

Com isso, constatou-se que a contribuição do efeito fixo para as estatísticas de ajuste não acarreta diferenças nas estimativas. Contudo, ao aplicar-se apenas o efeito fixo ajustado do modelo Mf8, obtiveram-se redução $syx\%$ de 15%, sendo uma redução de 10% em relação ao modelo tradicional (M0), bem como R^2 de 0,93, correspondendo ao aumento de 0,13 em comparação ao modelo M0.

Na distribuição dos resíduos (Figura 5), observou-se aumento progressivo da variabilidade a dispersão dos resíduos para o modelo M0, seguindo um comportamento heterocedástico (Figura 5a). No entanto, houve melhora na distribuição dos resíduos para o modelo Mf8, em que se utilizou apenas os efeitos fixos (Figura 5b).

Figura 5 – Resíduos absolutos para os modelos M0 (a) e Mf8 com efeitos fixos (b).



Fonte: Autor (2023)



4 DISCUSSÃO

Neste estudo, exploraram-se modelos biológicos não lineares de efeito misto para prever a produção e analisar o crescimento e a produção em plantios de *Pinus taeda*, incorporando efeitos do manejo como sítio, sobrevivência e densidade. Esse padrão é comum em estudos longitudinais, assim como observado por Hedeker & Gibbons (2006).

Ao comparar o modelo com ajuste tradicional (M0) em relação ao efeito misto (M1), o uso do efeito aleatório aumentou consideravelmente a qualidade do ajuste, além de homogeneizar a dispersão dos resíduos ao longo dos anos. Essa melhora, bem como a redução e a homogeneidade dos resíduos revelam que há variabilidade causada por esse agrupamento, como demonstram por Snowdon et al. (1999).

A aplicação do efeito aleatório em todos os parâmetros do modelo (β_0 , β_1 e β_2) apresentou o melhor ajuste. Essa característica evidencia que as populações apresentam valores distintos de produção (assíntota) próximos aos 20 anos, em que o comportamento da taxa de crescimento acontece de forma equivalente entre as populações.

Ao analisar os intervalos de confiança dos coeficientes do ajuste das populações, há indícios que coeficientes do modelo biológico que terão resposta ao efeito aleatório. Pinheiro & Bates (2000) relatam que esse comportamento pode ser consequência de uma base de dados desbalanceada, em que se mensuraram as populações em diferentes números de vezes e em distintas idades.

Não houve melhora do ajuste incorporando covariáveis do povoamento nos efeitos fixos concomitantemente com o efeito aleatório, o que indica que o efeito aleatório contempla toda a variabilidade que essas covariáveis poderiam explicar. A fim de se obter modelos preditivos, não cabe utilizar o efeito aleatório na população, uma vez que, na aplicação deste, não há o mesmo povoamento para classificá-lo.

Ao isolar os efeitos aleatórios do ajuste Mf8 e aplicando-se apenas os efeitos fixos estimados, observou-se ganho expressivo na qualidade das estatísticas de ajuste, comparativamente ao modelo tradicional (M1). Além disso, observou-se expressiva redução da heterocedasticidade.

5 CONCLUSÃO

A modelagem de efeito misto aplicada ao ajuste de modelos biológicos ao volume total

de plantios de *Pinus taeda* constitui uma técnica apropriada para o estudo do crescimento e predição, com potencial para aplicações em inventários florestais. Sua capacidade de incorporar as variações existentes entre os povoamentos reduziu o erro das estimativas e melhorou a distribuição dos resíduos.

O uso do efeito fixo do modelo de efeito misto permite ampliar a capacidade de uso como modelo preditivo, tornando-o menos restrito. A incorporação do sítio e da sobrevivência como covariáveis revelou ganhos estatísticos satisfatórios na estimativa de volume, em comparação à modelagem tradicional.



REFERÊNCIAS

- Alvares, C. A., Stape, J. L., Sentelhas, P. C., De Moraes Gonçalves, J. L., & Sparovek, G. (2013). Köppen's climate classification map for Brazil. *Meteorologische Zeitschrift*, 22(6), 711–728. <https://doi.org/10.1127/0941-2948/2013/0507>
- Assmann, E. (1970). *The principles of forest yield study: studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands*. Oxford: Pergamon.
- Burkhart, H. E., Cao, Q. V., & Ware, K. D. (1981). *A comparison of growth and yield prediction models for loblolly pine*. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Calegario, N., Daniels, R. F., Maestri, R., & Neiva, R. (2005). Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: A clonal Eucalyptus plantation case study. *Forest Ecology and Management*, 204(1), 11–21. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2004.07.051>
- Hall, D. B., & Clutter, M. (2004). Multivariate multilevel nonlinear mixed effects models for timber yield predictions. *Biometrics*, 60(1), 16–24. <https://doi.org/10.1111/j.0006-341X.2004.00163.x>
- IBA. Indústria Brasileira de Árvores (2022). *Relatório Iba 2022: ano base 2021*. São Paulo.
- Hedeker, D., & Gibbons, R. D. (2006). *Longitudinal data analysis*. Wiley-Interscience.
- Lemin, R. C., & Burkhart, H. E. (1983). Predicting mortality after thinning in old-field loblolly pine plantations. *Southern Journal of Applied Forestry*, 7(1), 20–23. <https://doi.org/10.1093/sjaf/7.1.20>
- Lindstrom, M. J., & Bates, D. M. (1988). Newton-Raphson and EM algorithms for linear mixed-effects models for repeated-measures data. *Journal of the American Statistical Association*, 83(404), 1014. <https://doi.org/10.2307/2290128>
- Pinheiro, J. C., & Bates, D. M. (2000). *Mixed-effects models in s and s-plus*. Springer.
- Senilliani, M. G., Bruno, C., & Brassiolo, M. (2019). Site index for *Prosopis alba* plantations in the semi-arid chaco through mixed models. *CERNE*, 25(2), 195–202. <https://doi.org/10.1590/01047760201925022622>
- Schöpfer, W. (1966). *Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe*. Wurttt-Forstl.
- Singer, J. M., & Andrade, D. F. (1986). *Análise de dados longitudinais*. In: Simpósio Nacional de probabilidade e estatística - SINAPE, 7. Campinas, São Paulo: SP.
- Snowdon, P., Jovanovic, T., & Booth, T. H. (1999). Incorporation of indices of annual climatic variation into growth models for *Pinus radiata*. *Forest Ecology and Management*, 117(1–3), 187–197. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(98\)00463-0](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(98)00463-0)

Sousa, I. F., Kunzle Neto, J. E., Muniz, J. A., Guimarães, R. M., Savian, T. V., & Muniz, F. R. (2014). Fitting nonlinear autoregressive models to describe coffee seed germination. *Ciência Rural*, 44(11), 2016–2021. <https://doi.org/10.1590/0103-8478cr20131341>

Vanclay, J. K. (1994). *Modelling forest growth and yield: Applications to mixed tropical forests*. CAB International.