



(12)发明专利申请

(10)申请公布号 CN 107290709 A

(43)申请公布日 2017. 10. 24

(21)申请号 201710313256.1

(22)申请日 2017.05.05

(71)申请人 浙江大学

地址 310058 浙江省杭州市西湖区余杭塘路866号

(72)发明人 周成伟 史治国 陈积明 沈一帆 樊星

(74)专利代理机构 杭州求是专利事务有限公司 33200

代理人 刘静 邱启旺

(51)Int. Cl.

G01S 3/00(2006.01)

G01S 3/14(2006.01)

G01S 3/782(2006.01)

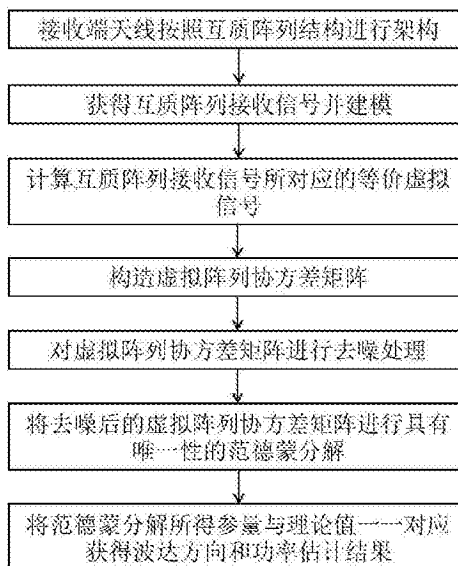
权利要求书3页 说明书9页 附图4页

(54)发明名称

基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法

(57)摘要

本发明公开了一种基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法,主要解决现有技术中自由度性能受限与计算复杂度高的问题,其实现步骤是:接收端天线按互质阵列结构进行架构;利用互质阵列接收入射信号并建模;计算互质阵列接收信号所对应的等价虚拟信号;构造虚拟阵列协方差矩阵;对虚拟阵列协方差矩阵进行去噪处理;将去噪后的虚拟阵列协方差矩阵进行具有唯一性的范德蒙分解;将范德蒙分解所得参量与理论值一一对应获得波达方向和功率估计结果。本发明充分利用了互质阵列能够增加自由度的优势和范德蒙分解方法无需预先设置网格点的特点,在降低计算复杂度的同时实现波达方向估计方法自由度的增加,可用于无源定位和目标探测。



1. 一种基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法,其特征在于,包含以下步骤:

(1) 接收端使用 $2M+N-1$ 个天线,并按照互质阵列结构进行架构;其中 $M$ 与 $N$ 为互质整数,且 $M < N$ ;

(2) 利用互质阵列接收 $K$ 个方向为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$ 的远场窄带非相干信号源入射信号,则 $(2M+N-1) \times 1$ 维互质阵列接收信号 $y(t)$ 可建模为:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{d}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t),$$

其中, $s_k(t)$ 为信号波形, $\mathbf{n}(t)$ 为与各信号源相互独立的噪声分量, $\mathbf{d}(\theta_k)$ 为 $\theta_k$ 方向对应的互质阵列导引向量,可表示为

$$\mathbf{d}(\theta_k) = [1, e^{-j\pi u_2 \sin(\theta_k)}, \dots, e^{-j\pi u_{2M+N-1} \sin(\theta_k)}]^T,$$

其中, $u_i, i=1, 2, \dots, 2M+N-1$ 表示互质阵列中第 $i$ 个物理天线阵元的实际位置,且 $u_1=0$ , $[\cdot]^T$ 表示转置操作。共采集 $T$ 个采样快拍,得到采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ :

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t),$$

这里 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置;

(3) 计算互质阵列接收信号所对应的等价虚拟信号。向量化互质阵列接收信号的采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ ,获得虚拟阵列等价接收信号 $\mathbf{z}$ :

$$\mathbf{z} = \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}) = \mathbf{V} \boldsymbol{\sigma}^2 + \sigma_n^2 \mathbf{i},$$

其中, $\mathbf{V} = [\mathbf{d}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{d}(\theta_1), \mathbf{d}^*(\theta_2) \otimes \mathbf{d}(\theta_2), \dots, \mathbf{d}^*(\theta_K) \otimes \mathbf{d}(\theta_K)]$ 为 $(2M+N-1)^2 \times K$ 维矩阵, $\boldsymbol{\sigma}^2 = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]^T$ 包含 $K$ 个入射信号源的功率, $\sigma_n^2$ 为噪声功率, $\mathbf{i} = \text{vec}(\mathbf{I}_{2M+N-1})$ 。这里, $\text{vec}(\cdot)$ 表示向量化操作,即把矩阵中的各列依次堆叠以形成一个新的向量, $(\cdot)^*$ 表示共轭操作, $\otimes$ 表示克罗内克积, $\mathbf{I}_{2M+N-1}$ 表示 $(2M+N-1) \times (2M+N-1)$ 维单位矩阵。向量 $\mathbf{z}$ 对应的虚拟阵列中各虚拟阵元的位置为 $\mathcal{S}$ :

$$\mathcal{S}(i, j) = \{u_i - u_j | i, j = 1, 2, \dots, 2M + N - 1\};$$

去除集合 $\mathcal{S}$ 中各位置上重复的虚拟阵元,得到一个非均匀的虚拟阵列 $\mathcal{S}_n$ ,其对应的等价虚拟信号 $\tilde{\mathbf{z}}$ 可通过选取向量 $\mathbf{z}$ 中相对应位置上的元素获得;

(4) 构造虚拟阵列协方差矩阵。选取非均匀虚拟阵列 $\mathcal{S}_n$ 中以0为中心连续均匀排列的一段虚拟阵元,形成一个包含 $L$ 个虚拟阵元的均匀虚拟阵列 $\mathcal{S}_u$ ,其相应的虚拟阵元位置为 $(-L_v+1)d$ 到 $(L_v-1)d$ 之间的连续位置,其中, $d$ 为入射窄带信号波长的一半,且

$$L_v = \frac{L+1}{2};$$

相应地,该均匀虚拟阵列的等价信号 $\tilde{\mathbf{z}}$ 可通过截取 $\mathbf{z}$ 中与该 $L$ 个虚拟阵元所对应的位置上的元素获得,维度为 $L \times 1$ 。虚拟阵列协方差矩阵 $\mathbf{R}_v$ 可通过空间平滑技术获得:将向量 $\tilde{\mathbf{z}}$ 分割为 $L_v$ 个相互重叠的子向量,每个子向量的维度为 $L_v \times 1$ ,包含向量 $\tilde{\mathbf{z}}$ 中的第 $i$ 个至第 $i+L_v-1$

个元素,表示为

$$\tilde{\mathbf{z}}_i = \tilde{\mathbf{z}}(i:i + L_v - 1), \quad i = 1, 2, \dots, L_v,$$

则 $R_v$ 可通过取四阶统计量的主平方根获得:

$$\mathbf{R}_v = \sqrt{\frac{1}{L_v} \sum_{i=1}^{L_v} \tilde{\mathbf{z}}_i \tilde{\mathbf{z}}_i^H},$$

其中, $R_v$ 的维度为 $L_v \times L_v$ ,对应于均匀虚拟阵列 $\mathcal{S}_u$ 中位置为0到 $(L_v-1)d$ 的虚拟阵元,称为虚拟均匀线性阵列; $R_v$ 具有Toeplitz和Hermitian对称结构,在理论上可表示为:

$$\mathbf{R}_v = \frac{1}{\sqrt{L_v}} (\tilde{\mathbf{V}}_1 \Sigma \tilde{\mathbf{V}}_1^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{L_v}),$$

其中, $\tilde{\mathbf{V}}_1$ 为 $L_v \times K$ 维的虚拟均匀线性阵列导引矩阵,具有范德蒙结构。 $\Sigma$ 为对角元素为各信号功率 $[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]$ 的对角矩阵, $\mathbf{I}_{L_v}$ 表示 $L_v \times L_v$ 维单位矩阵;

(5) 对虚拟阵列协方差矩阵 $R_v$ 进行去噪处理,将其包含的噪声分量去除,获得去噪后的等价虚拟阵列协方差矩阵 $R_s$ ;

(6) 对去噪后的虚拟阵列协方差矩阵 $R_s$ 进行具有唯一性的范德蒙分解。定义 $\mathbf{X} = \mathbf{\Omega}_s \mathbf{\Lambda}_s^{\frac{1}{2}}$ ,其中, $\mathbf{\Lambda}_s$ 为 $K \times K$ 维对角矩阵,包含将 $R_v$ 特征值分解后的从大到小排列的前 $K$ 个特征值, $\mathbf{\Omega}_s$ 为包含该 $K$ 个特征值所对应特征向量的 $L_v \times K$ 维矩阵;同时,存在一个 $K \times K$ 维酉矩阵 $\mathbf{U}$ 满足 $\mathbf{X}_- = \mathbf{X} \mathbf{U}$ ,其中, $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{X}_-$ 分别为移除了 $\mathbf{X}$ 的最后一行和第一行得到的 $(L_v-1) \times K$ 维矩阵;对 $\mathbf{U}$ 进行特征值分解得到 $\mathbf{U} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda}_u \mathbf{Q}^H$ ,其中 $\mathbf{\Lambda}_u$ 为对角元素为 $[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K]$ 的对角矩阵, $\mathbf{Q}$ 为 $K \times K$ 维酉矩阵。定义 $\hat{\theta}_k$ 为波达方向估计值, $\lambda_k$ 可以表示为 $\lambda_k = e^{-j\pi \sin(\hat{\theta}_k)}$ ;同时定义 $p_k = |\mathbf{x}_1 \mathbf{q}_k|^2$ ,其中, $\mathbf{x}_1$ 为矩阵 $\mathbf{X}$ 第一行形成的 $1 \times K$ 维行向量, $\mathbf{q}_k$ 为矩阵 $\mathbf{Q}$ 的第 $k$ 列形成的 $K \times 1$ 维列向量,去噪后的虚拟阵列协方差矩阵 $R_s$ 可范德蒙分解为:

$$\mathbf{R}_s = \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_k) \mathbf{d}_v^H(\hat{\theta}_k) = \mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \mathbf{P} \mathbf{D}_v^H(\hat{\boldsymbol{\theta}}),$$

其中, $\mathbf{d}_v(\hat{\theta}_k) = [1, e^{-j\pi \sin(\hat{\theta}_k)}, \dots, e^{-j\pi(L_v-1)\sin(\hat{\theta}_k)}]^T$ , $\mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = [\mathbf{d}_v(\hat{\theta}_1), \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_2), \dots, \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_K)]$ 为 $L_v \times K$ 维范德蒙矩阵, $\mathbf{P}$ 为对角元素为 $[p_1, p_2, \dots, p_K]$ 的对角矩阵;上述去噪后的虚拟阵列协方差矩阵 $R_s$ 范德蒙分解唯一性的前提是 $K < L_v$ ;

(7) 将范德蒙分解所得参量与理论值一一对应获得波达方向估计结果。步骤(6)中得到的范德蒙矩阵 $\mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ 的理论值为步骤(4)中虚拟均匀线性阵列导引矩阵定义中的参量 $\tilde{\mathbf{V}}_1$ ,对角矩阵 $\mathbf{P}$ 的理论值为步骤(4)中的参量 $\frac{\Sigma}{\sqrt{L_v}}$ ;信号的波达方向估计值为:

$$\hat{\theta}_k = \arcsin\left(-\frac{1}{\pi} \text{imag}(\ln \lambda_k)\right),$$

其中,  $\text{imag}(\cdot)$  表示复数的虚部。同时, 相应波达方向的信号功率估计值为:

$$\hat{\sigma}_k^2 = \sqrt{L_v} |\mathbf{x}_1 \mathbf{q}_k|^2,$$

其中, 未知参量  $\lambda_k$  和  $\mathbf{q}_k$  可由下式获得:

$$(\mathbf{X}^H \mathbf{X} - \lambda_k \mathbf{X}^H \mathbf{X}) \mathbf{q}_k = 0,$$

即  $\mathbf{X}^H \mathbf{X}$  和  $\mathbf{X}^H \mathbf{X}$  进行广义特征分解后得到的特征值和对应特征向量。

2. 根据权利要求1所述的基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法, 其特征在于: 步骤(1)所述的互质阵列由一对稀疏均匀线性子阵列组合而成, 其中第一个子阵列包含  $2M$  个天线阵元, 阵元间距为  $Nd$ ; 第二个子阵列包含  $N$  个天线阵元, 阵元间距为  $Md$ 。将两个子阵列以首个天线阵元重叠的方式进行组合, 得到包含  $2M+N-1$  个物理天线阵元的互质阵列架构。

3. 根据权利要求1所述的基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法, 其特征在于: 步骤(5)所述的去噪后的虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_s$  可由如下方法得到: 将虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_v$  进行特征值分解:

$$\mathbf{R}_v = \mathbf{\Omega}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{\Omega}_s^H + \mathbf{\Omega}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{\Omega}_n^H,$$

其中,  $\mathbf{\Lambda}_n$  为  $(L_v - K) \times (L_v - K)$  维对角矩阵, 包含将  $\mathbf{R}_v$  的特征值从大到小排列后的后  $(L_v - K)$  个特征值,  $\mathbf{\Omega}_n$  为包含该  $(L_v - K)$  个特征值所对应特征向量的  $L_v \times (L_v - K)$  维矩阵。故  $\mathbf{R}_v$  的信号子空间部分  $\mathbf{R}_s = \mathbf{\Omega}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{\Omega}_s^H$  可看作去噪后的虚拟阵列协方差矩阵。

4. 根据权利要求1所述的基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法, 其特征在于: 步骤(6)所述的虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_s$  范德蒙分解的唯一性原理在于, 当  $K < L_v$  时, 任何  $K$  个不同的  $\mathbf{d}_v(\hat{\theta}_k)$  均线性无关。

## 基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法

### 技术领域

[0001] 本发明属于信号处理技术领域,尤其涉及对雷达信号、声学信号及电磁信号的波达方向估计,具体是一种基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法,可用于无源定位和目标探测。

### 背景技术

[0002] 波达方向(Direction-of-Arrival,DOA)估计是阵列信号处理领域的一个重要分支,它是指利用阵列天线接收空域信号,并通过统计信号处理技术和各类优化方法对接收信号进行处理,以恢复信号中包含的DOA信息,在雷达、声呐、语音、无线通信等领域有着广泛的应用。

[0003] DOA估计方法的自由度是指其能够分辨的入射信号源个数,作为实际系统应用中的一个重要性能指标,决定着系统的总体复杂度。现有的DOA估计方法通常采用均匀线性阵列进行信号的接收与建模,但是基于均匀线性阵列方法的自由度受限于实际天线阵元个数。具体而言,对于一个包含 $L$ 个天线阵元的均匀线性阵列,其自由度为 $L-1$ ,即最多只能分辨 $L-1$ 个入射信号。因此,当某个空域范围内入射信号源的个数大于或等于阵列中天线阵元的个数时,现有采用均匀线性阵列的方法将无法进行有效的DOA估计。为了增加自由度,传统方法需要通过增加物理天线阵元及相应的射频模块来实现,这造成了系统计算复杂度和硬件复杂度的增加。因此,现有采用均匀线性阵列的DOA估计方法在自由度性能与计算复杂度之间存在着一定的利弊权衡问题。

[0004] 与均匀阵列相比,互质阵列能够采用相同个数的天线阵元取得更多的自由度,因而受到了广泛关注。作为互质采样技术在空间域上的一个典型表现形式,互质阵列提供了一个系统化的稀疏阵列架构方案,并能够突破传统均匀线性阵列自由度受限的瓶颈,实现DOA估计方法自由度性能的提升。现有的基于互质阵列的DOA估计方法可以通过利用质数的性质将互质阵列推导到虚拟域,并形成等价虚拟均匀线性阵列接收信号以实现DOA估计。由于虚拟阵列中包含的虚拟阵元数大于实际的天线阵元数,自由度因此得到了有效的提升。但是,现有基于等价虚拟信号的方法通常需要通过设置预先定义的网格点来设计优化问题,从而进行DOA估计。由于实际中信号的来波方向不会完全位于这些预先定义的网格点上,导致了DOA估计的精度受限于网格密度。尽管可以通过减小网格间的采样间隔实现估计精度的提升,网格点的密集化将导致方法计算复杂度的指数型增长。此外,现有的DOA估计方法的频谱图通常为伪谱,其DOA估计方向的波峰响应无法用来表示信号功率;而事实上,信号功率也是描述信号源的一个重要参量,我们希望频谱图能够在估计波达方向的同时反映其功率信息。

### 发明内容

[0005] 本发明的目的在于针对上述现有技术存在的不足,提出一种基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法,通过利用互质阵列的特性推导虚拟域等价接收信号,以提升估

计方法的自由度,并对虚拟阵列协方差矩阵进行具有唯一性的范德蒙分解,在进行无网格化波达方向估计的同时实现了相应波达方向上的功率估计,从而在实际应用过程中降低了计算复杂度和硬件复杂度,提高了系统的整体效率和估计精确度。

[0006] 本发明的目的是通过以下技术方案来实现的:一种基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法,包含以下步骤:

[0007] (1) 接收端使用 $2M+N-1$ 个天线,并按照互质阵列结构进行架构;其中 $M$ 与 $N$ 为互质整数,且 $M < N$ ;

[0008] (2) 利用互质阵列接收 $K$ 个方向为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$ 的远场窄带非相干信号源入射信号,则 $(2M+N-1) \times 1$ 维互质阵列接收信号 $y(t)$ 可建模为:

$$[0009] \quad \mathbf{y}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{d}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t),$$

[0010] 其中, $s_k(t)$ 为信号波形, $\mathbf{n}(t)$ 为与各信号源相互独立的噪声分量, $\mathbf{d}(\theta_k)$ 为 $\theta_k$ 方向对应的互质阵列导引向量,可表示为

$$[0011] \quad \mathbf{d}(\theta_k) = [1, e^{-j\pi u_2 \sin(\theta_k)}, \dots, e^{-j\pi u_{2M+N-1} \sin(\theta_k)}]^T,$$

[0012] 其中, $u_i, i=1, 2, \dots, 2M+N-1$ 表示互质阵列中第 $i$ 个物理天线阵元的实际位置,且 $u_1 = 0, [\cdot]^T$ 表示转置操作。共采集 $T$ 个采样快拍,得到采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ :

$$[0013] \quad \hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t),$$

[0014] 这里 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置;

[0015] (3) 计算互质阵列接收信号所对应的等价虚拟信号。向量化互质阵列接收信号的采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ ,获得虚拟阵列等价接收信号 $\mathbf{z}$ :

$$[0016] \quad \mathbf{z} = \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}) = \mathbf{V} \boldsymbol{\sigma}^2 + \sigma_n^2 \mathbf{i},$$

[0017] 其中, $\mathbf{V} = [\mathbf{d}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{d}(\theta_1), \mathbf{d}^*(\theta_2) \otimes \mathbf{d}(\theta_2), \dots, \mathbf{d}^*(\theta_K) \otimes \mathbf{d}(\theta_K)]$ 为 $(2M+N-1)^2 \times K$ 维矩阵, $\boldsymbol{\sigma}^2 = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]^T$ 包含 $K$ 个入射信号源的功率, $\sigma_n^2$ 为噪声功率, $\mathbf{i} = \text{vec}(\mathbf{I}_{2M+N-1})$ 。这里, $\text{vec}(\cdot)$ 表示向量化操作,即把矩阵中的各列依次堆叠以形成一个新的向量, $(\cdot)^*$ 表示共轭操作, $\otimes$ 表示克罗内克积, $\mathbf{I}_{2M+N-1}$ 表示 $(2M+N-1) \times (2M+N-1)$ 维单位矩阵。向量 $\mathbf{z}$ 对应的虚拟阵列中各虚拟阵元的位置为 $\mathcal{S}$ :

$$[0018] \quad \mathcal{S}(i, j) = \{u_i - u_j | i, j = 1, 2, \dots, 2M + N - 1\};$$

[0019] 去除集合 $\mathcal{S}$ 中各位置上重复的虚拟阵元,得到一个非均匀的虚拟阵列 $\mathcal{S}_n$ ,其对应的等价虚拟信号 $\hat{\mathbf{z}}$ 可通过选取向量 $\mathbf{z}$ 中相对应位置上的元素获得;

[0020] (4) 构造虚拟阵列协方差矩阵。选取非均匀虚拟阵列 $\mathcal{S}_n$ 中以0为中心连续均匀排列的一段虚拟阵元,形成一个包含 $L$ 个虚拟阵元的均匀虚拟阵列 $\mathcal{S}_u$ ,其相应的虚拟阵元位置为 $(-L_v+1)d$ 到 $(L_v-1)d$ 之间的连续位置,其中, $d$ 为入射窄带信号波长的一半,且

$$[0021] \quad L_v = \frac{L+1}{2};$$

[0022] 相应地,该均匀虚拟阵列的等价信号 $\check{\mathbf{z}}$ 可通过截取 $\mathbf{z}$ 中与该L个虚拟阵元所对应的位置上的元素获得,维度为 $L \times 1$ 。虚拟阵列协方差矩阵 $R_v$ 可通过空间平滑技术获得:将向量 $\mathbf{z}$ 分割为 $L_v$ 个相互重叠的子向量,每个子向量的维度为 $L_v \times 1$ ,包含向量 $\mathbf{z}$ 中的第i个至第i+ $L_v-1$ 个元素,表示为

$$[0023] \quad \check{\mathbf{z}}_i = \mathbf{z}(i:i+L_v-1), \quad i = 1, 2, \dots, L_v,$$

[0024] 则 $R_v$ 可通过取四阶统计量的主平方根获得:

$$[0025] \quad \mathbf{R}_v = \sqrt{\frac{1}{L_v} \sum_{i=1}^{L_v} \check{\mathbf{z}}_i \check{\mathbf{z}}_i^H},$$

[0026] 其中, $R_v$ 的维度为 $L_v \times L_v$ ,对应于均匀虚拟阵列 $\mathcal{S}_u$ 中位置为0到 $(L_v-1)d$ 的虚拟阵元,称为虚拟均匀线性阵列; $R_v$ 具有Toeplitz和Hermitian对称结构,在理论上可表示为:

$$[0027] \quad \mathbf{R}_v = \frac{1}{\sqrt{L_v}} (\check{\mathbf{V}}_1 \Sigma \check{\mathbf{V}}_1^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{L_v}),$$

[0028] 其中, $\check{\mathbf{V}}_1$ 为 $L_v \times K$ 维的虚拟均匀线性阵列导引矩阵,具有范德蒙结构。 $\Sigma$ 为对角元素为各信号功率 $[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]$ 的对角矩阵, $\mathbf{I}_{L_v}$ 表示 $L_v \times L_v$ 维单位矩阵;

[0029] (5) 对虚拟阵列协方差矩阵 $R_v$ 进行去噪处理,将其包含的噪声分量去除,获得去噪后的等价虚拟阵列协方差矩阵 $R_s$ ;

[0030] (6) 对去噪后的虚拟阵列协方差矩阵 $R_s$ 进行具有唯一性的范德蒙分解。定义

$\mathbf{X} = \mathbf{\Omega}_s \mathbf{\Lambda}_s^{\frac{1}{2}}$ , 其中, $\mathbf{\Lambda}_s$ 为 $K \times K$ 维对角矩阵,包含将 $R_v$ 特征值分解后的从大到小排列的前K个特征值, $\mathbf{\Omega}_s$ 为包含该K个特征值所对应特征向量的 $L_v \times K$ 维矩阵;同时,存在一个 $K \times K$ 维酉矩阵 $\mathbf{U}$ 满足 $\mathbf{X} = \mathbf{X} \mathbf{U}$ ,其中, $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{X}$ 分别为移除了 $\mathbf{X}$ 的最后一行和第一行得到的 $(L_v-1) \times K$ 维矩阵;对 $\mathbf{U}$ 进行特征值分解得到 $\mathbf{U} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda}_u \mathbf{Q}^H$ ,其中 $\mathbf{\Lambda}_u$ 为对角元素为 $[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K]$ 的对角矩阵, $\mathbf{Q}$ 为 $K \times K$ 维酉矩阵。定义 $\hat{\theta}_k$ 为波达方向估计值, $\lambda_k$ 可以表示为 $\lambda_k = e^{-j\pi \sin(\hat{\theta}_k)}$ ;同时定义 $p_k = |\mathbf{x}_1 \mathbf{q}_k|^2$ ,其中, $\mathbf{x}_1$ 为矩阵 $\mathbf{X}$ 第一行形成的 $1 \times K$ 维行向量, $\mathbf{q}_k$ 为矩阵 $\mathbf{Q}$ 的第k列形成的 $K \times 1$ 维列向量,去噪后的虚拟阵列协方差矩阵 $R_s$ 可范德蒙分解为:

$$[0031] \quad \mathbf{R}_s = \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_k) \mathbf{d}_v^H(\hat{\theta}_k) = \mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \mathbf{P} \mathbf{D}_v^H(\hat{\boldsymbol{\theta}}),$$

[0032] 其中, $\mathbf{d}_v(\hat{\theta}_k) = [1, e^{-j\pi \sin(\hat{\theta}_k)}, \dots, e^{-j\pi(L_v-1)\sin(\hat{\theta}_k)}]^T$ ,  $\mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = [\mathbf{d}_v(\hat{\theta}_1), \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_2), \dots, \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_K)]$ 为 $L_v \times K$ 维范德蒙矩阵, $\mathbf{P}$ 为对角元素为 $[p_1, p_2, \dots, p_K]$ 的对角矩阵;上述去噪后的虚拟阵列协方差矩阵 $R_s$ 范德蒙分解唯一性的前提是 $K < L_v$ ;

[0033] (7) 将范德蒙分解所得参量与理论值一一对应获得波达方向估计结果。步骤(6)中

得到的范德蒙矩阵  $\mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  的理论值为步骤 (4) 中虚拟均匀线性阵列导引矩阵定义中的参量  $\tilde{\mathbf{V}}_1$ , 对角矩阵  $\mathbf{P}$  的理论值为步骤 (4) 中的参量  $\frac{\boldsymbol{\Sigma}}{\sqrt{L_v}}$ ; 信号的波达方向估计值为:

$$[0034] \quad \hat{\theta}_k = \arcsin\left(-\frac{1}{\pi} \operatorname{imag}(\ln \lambda_k)\right),$$

[0035] 其中,  $\operatorname{imag}(\cdot)$  表示复数的虚部。同时, 相应波达方向的信号功率估计值为:

$$[0036] \quad \hat{\sigma}_k^2 = \sqrt{L_v} |\mathbf{x}_1 \mathbf{q}_k|^2,$$

[0037] 其中, 未知参量  $\lambda_k$  和  $\mathbf{q}_k$  可由下式获得:

$$[0038] \quad (\mathbf{X}^{-H} \mathbf{X} - \lambda_k \mathbf{X}^{-H} \mathbf{X}) \mathbf{q}_k = 0,$$

[0039] 即  $\mathbf{X}^{-H} \mathbf{X}$  和  $\mathbf{X}^{-H} \mathbf{X}$  进行广义特征分解后得到的特征值和对应特征向量。

[0040] 进一步地, 步骤 (1) 所述的互质阵列由一对稀疏均匀线性子阵列组合而成, 其中第一个子阵列包含  $2M$  个天线阵元, 阵元间距为  $Nd$ ; 第二个子阵列包含  $N$  个天线阵元, 阵元间距为  $Md$ 。将两个子阵列以首个天线阵元重叠的方式进行组合, 得到包含  $2M+N-1$  个物理天线阵元的互质阵列架构。

[0041] 进一步地, 步骤 (5) 所述的去噪后的虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_s$  可由如下方法得到: 将虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_v$  进行特征值分解:

$$[0042] \quad \mathbf{R}_v = \boldsymbol{\Omega}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \boldsymbol{\Omega}_s^H + \boldsymbol{\Omega}_n \boldsymbol{\Lambda}_n \boldsymbol{\Omega}_n^H,$$

[0043] 其中,  $\boldsymbol{\Lambda}_n$  为  $(L_v - K) \times (L_v - K)$  维对角矩阵, 包含将  $\mathbf{R}_v$  的特征值从大到小排列后的  $(L_v - K)$  个特征值,  $\boldsymbol{\Omega}_n$  为包含该  $(L_v - K)$  个特征值所对应特征向量的  $L_v \times (L_v - K)$  维矩阵。故  $\mathbf{R}_v$  的信号子空间部分  $\mathbf{R}_s = \boldsymbol{\Omega}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \boldsymbol{\Omega}_s^H$  可看作去噪后的虚拟阵列协方差矩阵。

[0044] 进一步地, 步骤 (6) 所述的虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_s$  范德蒙分解的唯一性原理在于, 当  $K < L_v$  时, 任何  $K$  个不同的  $\mathbf{d}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k)$  均线性无关。

[0045] 本发明与现有技术相比具有以下优点:

[0046] (1) 本发明充分利用了互质阵列能够增加 DOA 估计的自由度这一优势, 将获得的信号模型推导至虚拟域, 并通过虚拟阵列协方差矩阵实现 DOA 估计, 可分辨的入射信号源个数大于物理天线阵元个数, 使得自由度得到提升, 并降低了计算复杂度和硬件复杂度;

[0047] (2) 本发明利用具有唯一性的范德蒙分解的方法, 无需预先设置网格点来进行波达方向估计, 避免了传统方法预先定义网格点所导致的固有估计误差;

[0048] (3) 本发明在有效估计入射信号 DOA 的同时还能实现相应 DOA 的功率估计, 所得的空间谱能够同时反映入射信号的波达方向信息和功率信息。

## 附图说明

[0049] 图1是本发明的总体流程框图。

[0050] 图2是本发明中组成互质阵列的一对稀疏均匀子阵列结构示意图。

[0051] 图3是本发明中互质阵列的结构示意图。

[0052] 图4是本发明所提方法与现有各方法的空间谱对比示意图; 其中图4(a) 是基于信号稀疏重建的互质阵列波达方向估计方法; 图4(b) 是基于多重信号子空间分类的互质阵列



波达方向估计方法;图4(c)是基于虚拟阵列内插的互质阵列波达方向估计方法;图4(d)是本发明所提方法。

[0053] 图5是本发明所提方法与现有各方法均方根误差和信噪比之间的关系曲线图。

[0054] 图6是本发明所提方法与现有各方法均方根误差和采样快拍数之间的关系曲线图。

### 具体实施方式

[0055] 以下参照附图,对本发明的技术方案和效果作进一步的详细说明。

[0056] 对于DOA估计方法在实际系统中的应用,估计精度、自由度和计算复杂度是重要的技术性能指标。现有方法在自由度性能上受限于物理天线阵元个数,而计算复杂度和估计精度也大大受限于预先定义的网格点的设置,且获得的空间谱响应无法反映功率信息。为了能在增加自由度的同时进行无网格化的DOA估计,本发明提供了一种基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法,参照图1,本发明的实现步骤如下:

[0057] 步骤一:在接收端使用 $2M+N-1$ 个物理天线阵元架构互质阵列。首先选取一对互质整数 $M$ 、 $N$ ,且 $M < N$ ;然后,参照图2,构造一对稀疏均匀线性子阵列,其中第一个子阵列包含 $2M$ 个间距为 $Nd$ 的天线阵元,其位置为 $0, Nd, \dots, (2M-1)Nd$ ,第二个子阵列包含 $N$ 个间距为 $Md$ 的天线阵元,其位置为 $0, Md, \dots, (N-1)Md$ ;单位间隔 $d$ 取为入射窄带信号波长的一半;接着,将两个子阵列按照首个阵元重叠的方式进行子阵列组合,参照图3,获得实际包含 $2M+N-1$ 个天线阵元的非均匀互质阵列。

[0058] 步骤二:采用互质阵列接收信号并建模。假设有 $K$ 个来自 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$ 方向的远场窄带非相干信号源,采用步骤一架构的非均匀互质阵列接收入射信号,得到 $(2M+N-1) \times 1$ 维互质阵列接收信号 $y(t)$ ,可建模为:

$$[0059] \quad \mathbf{y}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{d}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t),$$

[0060] 其中, $s_k(t)$ 为信号波形, $\mathbf{n}(t)$ 为与各信号源相互独立的噪声分量, $\mathbf{d}(\theta_k)$ 为 $\theta_k$ 方向的导引向量,表示为

$$[0061] \quad \mathbf{d}(\theta_k) = [1, e^{-ju_2 \sin(\theta_k)}, \dots, e^{-ju_{2M+N-1} \sin(\theta_k)}]^T,$$

[0062] 其中, $u_i, i=1, 2, \dots, 2M+N-1$ 表示互质阵列中第 $i$ 个物理天线阵元的实际位置,且 $u_1=0, [\cdot]^T$ 表示转置操作。采集 $T$ 个采样快拍,得到采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ :

$$[0063] \quad \hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t),$$

[0064] 这里 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。

[0065] 步骤三:计算互质阵列接收信号所对应的等价虚拟信号。向量化互质阵列接收信号的采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ ,获得虚拟阵列等价接收信号 $\mathbf{z}$ :

$$[0066] \quad \mathbf{z} = \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}) = \mathbf{V} \boldsymbol{\sigma}^2 + \sigma_n^2 \mathbf{i},$$

[0067] 其中,  $\mathbf{V} = [\mathbf{d}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{d}(\theta_1), \mathbf{d}^*(\theta_2) \otimes \mathbf{d}(\theta_2), \dots, \mathbf{d}^*(\theta_K) \otimes \mathbf{d}(\theta_K)]$  为  $(2M+N-1)^2 \times K$  维虚拟阵列导引矩阵,  $\boldsymbol{\sigma}^2 = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]^T$  包含  $K$  个入射信号源的功率,  $\sigma_n^2$  为噪声功率,  $\mathbf{i} = \text{vec}(\mathbf{I}_{2M+N-1})$ 。这里,  $\text{vec}(\cdot)$  表示向量化操作, 即把矩阵中的各列依次堆叠以形成一个新的向量,  $(\cdot)^*$  表示共轭操作,  $\otimes$  表示克罗内克积,  $\mathbf{I}_{2M+N-1}$  表示  $(2M+N-1) \times (2M+N-1)$  维单位矩阵。向量  $\mathbf{z}$  对应的虚拟阵列中各虚拟阵元的位置为  $\mathcal{S}$ :

$$[0068] \quad \mathcal{S}(i, j) = \{u_i - u_j | i, j = 1, 2, \dots, 2M + N - 1\},$$

[0069] 去除集合  $\mathcal{S}$  中各位置上重复的虚拟阵元, 得到一个非均匀的虚拟阵列  $\mathcal{S}_n$ , 其对应的等价虚拟信号  $\check{\mathbf{z}}$  可通过选取向量  $\mathbf{z}$  中相对应位置上的元素获得。

[0070] 步骤四: 构造虚拟阵列协方差矩阵。首先, 选取非均匀虚拟阵列  $\mathcal{S}_n$  中以 0 为中心连续均匀排列的一段虚拟阵元, 形成一个包含  $L$  个虚拟阵元的均匀虚拟阵列  $\mathcal{S}_u$  (由于  $\mathcal{S}_u$  中的虚拟阵元以零位对称分布,  $L$  始终为奇数), 其相应的虚拟阵元位置为  $(-L_v+1)d$  到  $(L_v-1)d$  之间的连续位置, 其中

$$[0071] \quad L_v = \frac{L + 1}{2};$$

[0072] 相应地, 该均匀虚拟阵列的等价信号  $\check{\mathbf{z}}$  可通过截取  $\check{\mathbf{z}}$  中与该  $L$  个虚拟阵元所对应的位置上的元素获得, 维度为  $L \times 1$ 。接着, 虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_v$  可通过空间平滑技术获得: 将向量  $\check{\mathbf{z}}$  分割为  $L_v$  个维度为  $L_v \times 1$  的子向量, 每个子向量包含向量  $\check{\mathbf{z}}$  中的第  $i$  个至第  $i+L_v-1$  个元素, 即:

$$[0073] \quad \check{\mathbf{z}}_i = \check{\mathbf{z}}(i: i + L_v - 1), \quad i = 1, 2, \dots, L_v,$$

[0074] 则  $\mathbf{R}_v$  可通过取四阶统计量的主平方根获得:

$$[0075] \quad \mathbf{R}_v = \sqrt{\frac{1}{L_v} \sum_{i=1}^{L_v} \check{\mathbf{z}}_i \check{\mathbf{z}}_i^H},$$

[0076] 其中,  $\mathbf{R}_v$  的维度为  $L_v \times L_v$ , 对应于均匀虚拟阵列  $\mathcal{S}_u$  中位置为 0 到  $(L_v-1)d$  的虚拟阵元, 称为虚拟均匀线性阵列, 因此  $\mathbf{R}_v$  具有 Toeplitz 和 Hermitian 对称结构, 且  $\mathbf{R}_v$  在理论上可以等价地表示为:

$$[0077] \quad \mathbf{R}_v = \frac{1}{\sqrt{L_v}} (\check{\mathbf{V}}_1 \boldsymbol{\Sigma} \check{\mathbf{V}}_1^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{L_v}),$$

[0078] 其中,  $\check{\mathbf{V}}_1$  为  $L_v \times K$  维的虚拟均匀线性阵列导引矩阵, 具有范德蒙结构。  $\boldsymbol{\Sigma}$  为包含各信号功率  $[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]$  的对角矩阵,  $\mathbf{I}_{L_v}$  表示  $L_v \times L_v$  维单位矩阵。

[0079] 步骤五: 将虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_v$  进行去噪处理, 得到去噪后的虚拟协方差矩阵  $\mathbf{R}_s$ 。由于  $\mathbf{R}_v$  中的噪声分量将会影响波达方向估计的准确性, 我们首先将获得的虚拟阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}_v$  中的噪声分量去除。将  $\mathbf{R}_v$  进行特征值分解为

$$[0080] \quad \mathbf{R}_v = \boldsymbol{\Omega}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \boldsymbol{\Omega}_s^H + \boldsymbol{\Omega}_n \boldsymbol{\Lambda}_n \boldsymbol{\Omega}_n^H,$$

[0081] 其中,  $\Lambda_s$  为  $K \times K$  维对角矩阵, 包含将  $R_v$  的特征值从大到小排列后的前  $K$  个特征值,  $\Omega_s$  为包含该  $K$  个特征值所对应特征向量的  $L_v \times K$  维矩阵; 相应地,  $\Lambda_n$  为  $(L_v - K) \times (L_v - K)$  维对角矩阵, 包含余下的  $(L_v - K)$  个  $R_v$  的特征值,  $\Omega_n$  为包含该  $(L_v - K)$  个特征值所对应特征向量的  $L_v \times (L_v - K)$  维矩阵。于是,  $R_v$  的信号子空间部分  $R_s = \Omega_s \Lambda_s \Omega_s^H$  可看作是去噪后的虚拟阵列协方差矩阵。

[0082] 步骤六: 对去噪后的虚拟阵列协方差矩阵  $R_s$  进行具有唯一性的范德蒙分解。首先, 由  $R_s$  的半正定性, 根据步骤五定义  $\mathbf{X} = \Omega_s \Lambda_s^{\frac{1}{2}}$ , 使得  $R_s = \mathbf{X} \mathbf{X}^H$ 。其次,  $R_s$  的 Toeplitz 结构使得移除了  $\mathbf{X}$  的最后一行和第一行得到的矩阵  $\mathbf{X}_-$  和  $\mathbf{X}$  满足等式  $\mathbf{X}_- \mathbf{X}_-^H = \mathbf{X}_- \mathbf{X}^H$ , 这说明了存在一个  $K \times K$  维酉矩阵  $\mathbf{U}$  满足  $\mathbf{X}_- = \mathbf{X}_- \mathbf{U}$ 。进一步对  $\mathbf{U}$  进行特征值分解后得到,  $\mathbf{U} = \mathbf{Q} \Lambda_u \mathbf{Q}^H$ , 其中  $\Lambda_u$  包含对角元素为  $[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K]$  的对角矩阵,  $\mathbf{Q}$  为  $K \times K$  维酉矩阵。利用酉矩阵  $\mathbf{U}$  的各特征值的模均为 1 性质, 在引入一个新参数  $\hat{\theta}_k$  之后,  $\lambda_k$  可以表示为  $\lambda_k = e^{-j\pi \sin(\hat{\theta}_k)}$ ; 同时定义  $p_k = |\mathbf{x}_1 \mathbf{q}_k|^2$ , 其中,  $\mathbf{x}_1$  为矩阵  $\mathbf{X}$  第一行形成的  $1 \times K$  维行向量,  $\mathbf{q}_k$  为矩阵  $\mathbf{Q}$  的第  $k$  列形成的  $K \times 1$  维列向量, 将去噪后的虚拟阵列协方差矩阵  $R_s$  进行范德蒙分解, 得到如下形式:

$$[0083] \quad \mathbf{R}_s = \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_k) \mathbf{d}_v^H(\hat{\theta}_k) = \mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \mathbf{P} \mathbf{D}_v^H(\hat{\boldsymbol{\theta}}),$$

[0084] 其中,  $\mathbf{d}_v(\hat{\theta}_k) = [1, e^{-j\pi \sin(\hat{\theta}_k)}, \dots, e^{-j\pi(L_v-1)\sin(\hat{\theta}_k)}]^T$ ,  $\mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = [\mathbf{d}_v(\hat{\theta}_1), \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_2), \dots, \mathbf{d}_v(\hat{\theta}_K)]$  是一个典型的  $L_v \times K$  维范德蒙矩阵,  $\mathbf{P}$  为对角元素为  $[p_1, p_2, \dots, p_K]$  的对角矩阵。当  $K < L_v$  时, 任何  $K$  个不同的  $\mathbf{d}_v(\hat{\theta}_k)$  均线性无关, 则该范德蒙分解是唯一的。

[0085] 步骤七: 将范德蒙分解所得参量与理论值一一对应获得波达方向估计结果。将步骤六中  $R_s$  的范德蒙分解结果与步骤四中  $R_v$  的信号子空间部分理论值相对比, 由于范德蒙分解具有唯一性, 步骤六中得到的范德蒙矩阵  $\mathbf{D}_v(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  等价于步骤四中的虚拟阵列导引矩阵理论值  $\check{\mathbf{V}}_1$ , 而步骤六中得到的对角矩阵  $\mathbf{P}$  等价于步骤四中的  $\frac{\boldsymbol{\Sigma}}{\sqrt{L_v}}$ 。因此, 步骤六中的  $\hat{\theta}_k$  和  $\hat{\sigma}_k^2 = \sqrt{L_v} p_k$  可以作为信号波达方向和功率的估计值。故我们可以得到信号的波达方向估计:

$$[0086] \quad \hat{\theta}_k = \arcsin\left(-\frac{1}{\pi} \text{imag}(\ln \lambda_k)\right),$$

[0087] 其中,  $\text{imag}(\cdot)$  表示复数的虚部。同时可以得到对应的信号功率估计:

$$[0088] \quad \hat{\sigma}_k^2 = \sqrt{L_v} |\mathbf{x}_1 \mathbf{q}_k|^2.$$

[0089] 这里, 未知参量  $\lambda_k$  和  $\mathbf{q}_k$  可由如下方法得到: 将步骤六中的  $\mathbf{U} = \mathbf{Q} \Lambda_u \mathbf{Q}^H$  代入  $\mathbf{X}_- = \mathbf{X}_- \mathbf{U}$  后得到,

$$[0090] \quad (\mathbf{X}_-^H \mathbf{X}_- - \lambda_k \mathbf{X}_-^H \mathbf{X}_-) \mathbf{q}_k = 0,$$

[0091] 故对  $\mathbf{X}_-^H \mathbf{X}_-$  和  $\mathbf{X}_-^H \mathbf{X}_-$  进行广义特征分解后得到的特征值和对应的特征向量即为  $\lambda_k$  和

$q_k$ 。

[0092] 本发明一方面充分利用了互质阵列能够增加DOA估计方法自由度的优势,突破了均匀线性阵列自由度受限的瓶颈,实现了在天线阵元个数一定的条件下估计更多个数的入射信号源;另一方面利用了具有唯一性的范德蒙分解方法,使DOA估计能在无网格的条件下进行,大大降低了计算复杂度,并在进行波达方向估计的同时频谱图能够直观而准确地反映功率信息。

[0093] 下面结合仿真实例对本发明所提方法的效果做进一步的描述。

[0094] 仿真条件:互质阵列的参数选取为 $M=3, N=5$ ,即架构的互质阵列共包含 $2M+N-1=10$ 个天线阵元。波达方向角的角度域范围为 $[-90^\circ, 90^\circ]$ ,空间域网格点均匀采样间距设置为 $0.1^\circ$ ;正则化参数 $\xi$ 设置为0.25。

[0095] 仿真实例1:本发明所提出的基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法将与现有的基于信号稀疏重建的互质阵列波达方向估计方法,基于多重信号子空间分类的互质阵列波达方向估计方法和基于虚拟阵列内插的互质阵列波达方向估计方法进行空间谱图的比较,以说明本发明方法在功率谱特征和功率估计方面的优势。由于仿真条件中入射信号源的个数大于天线阵元的个数,采用均匀线性阵列的方法自由度受限而无法实现有效的DOA估计,因而在此不作比较。假定入射窄带信号个数为15,且入射方向均匀分布于 $-60^\circ$ 至 $60^\circ$ 这一区间范围内,信噪比为10dB,采样快拍数为 $T=500$ 。各方法的空间谱如图4所示,其中,虚线表示真实的入射信号波达方向。可以看出,由于所有方法均基于互质阵列,故均能仅用10个物理阵元对15个入射信号进行有效的波达方向估计,体现了互质阵列在自由度上的优势。但是,如图4(a)所示,基于信号稀疏重建的互质阵列波达方向估计方法的信号波峰响应周围存在相当数量的虚峰,这将导致估计误差。而如图4(b)所示的基于多重信号子空间分类的互质阵列波达方向估计方法的信号波峰响应并不完全对应于真实的入射信号波达方向。同时,基于多重信号子空间分类的互质阵列波达方向估计方法和基于虚拟阵列内插的互质阵列波达方向估计方法的空间谱均属于伪谱,信号的波峰响应并不能反映功率信息。相比之下,本发明所提方法能实现所有信号源波达方向的有效估计,且空间谱的波峰响应为相对应波达方向上的信号功率。

[0096] 仿真实例2:本发明所提出的基于范德蒙分解的互质阵列波达方向估计方法将与现有的基于信号稀疏重建的互质阵列波达方向估计方法,基于多重信号子空间分类的互质阵列波达方向估计方法和基于虚拟阵列内插的互质阵列波达方向估计方法进行均方根误差的对比。每一次蒙特卡罗试验中的入射信号方向均由随机标准正态分布产生,均方根误差(root mean square error, RMSE)的计算公式为

$$[0097] \quad \text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q (\hat{\theta}_q - \theta_q)^2},$$

[0098] 其中,  $\hat{\theta}_q$  和  $\theta_q$  表示每一次蒙特卡罗试验中的波达方向估计值和真实值。对于每一组参数取值,蒙特卡罗试验的次数为 $Q=500$ 。图6为均方根误差和信噪比之间的关系曲线图,采样快拍数设置为 $T=50$ ;可以看出,本发明所提方法的RMSE性能明显优于其他方法,尤其当信噪比大于10dB时,基于范德蒙分解的特点保证了本方法无网格估计的优势,使得

RMSE随信噪比的增大而持续减小。相较而言,基于多重信号子空间分类的互质阵列波达方向估计方法和基于信号稀疏重建的互质阵列波达方向估计方法都是需要预先设置网格点来进行DOA估计,所以它们的RMSE性能受限于网格点的采样间距,可以明显地看到,在信噪比大于10dB之后以上两种方法的RMSE始终维持在0.1左右。而基于虚拟阵列内插的互质阵列波达方向估计方法在该采样快拍数相对较少的情况下,并没有体现无网格化波达方向估计方法的优势。图6为均方根误差和采样快拍数之间的关系曲线图,信噪比设置为0dB;与图5相似,本发明所提方法的RMSE随采样快拍数的增大而持续减小,在与其他方法的比较中表现出了最好的性能。

[0099] 综上所述,本发明主要解决了现有技术中DOA估计自由度性能与计算复杂度方面存在的不足,一方面充分利用互质阵列的特性在虚拟域进行信号处理以实现自由度的增加;另一方面基于范德蒙分解的无网格化DOA估计有效地降低了计算复杂度,且能够同时估计各相应信号源的功率,在无源定位和目标探测等实际应用中表现出突出的优势。

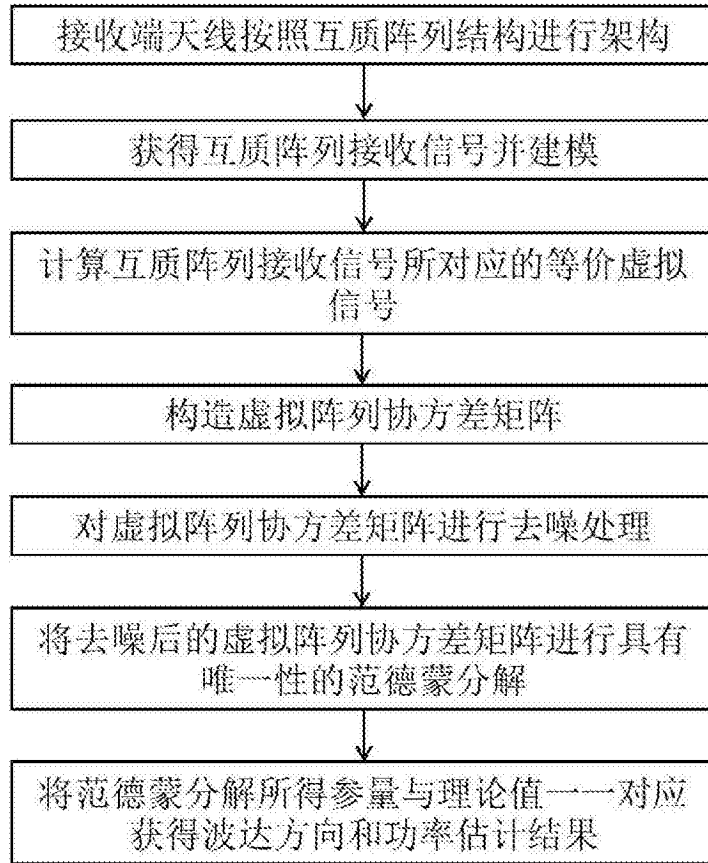


图1

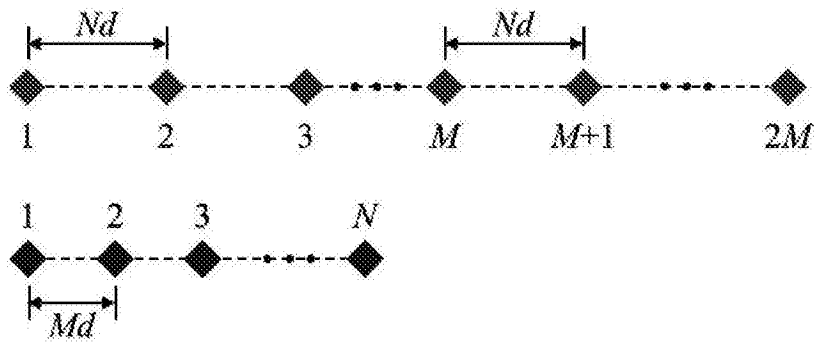


图2

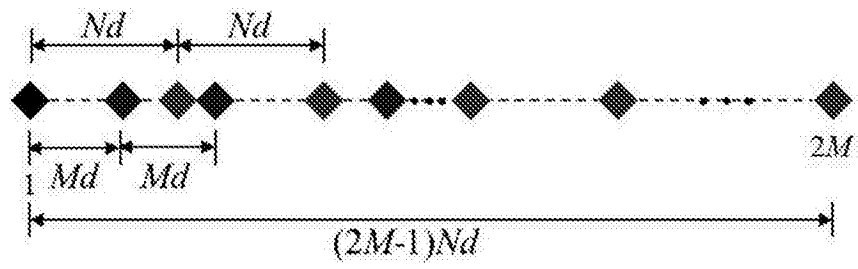


图3

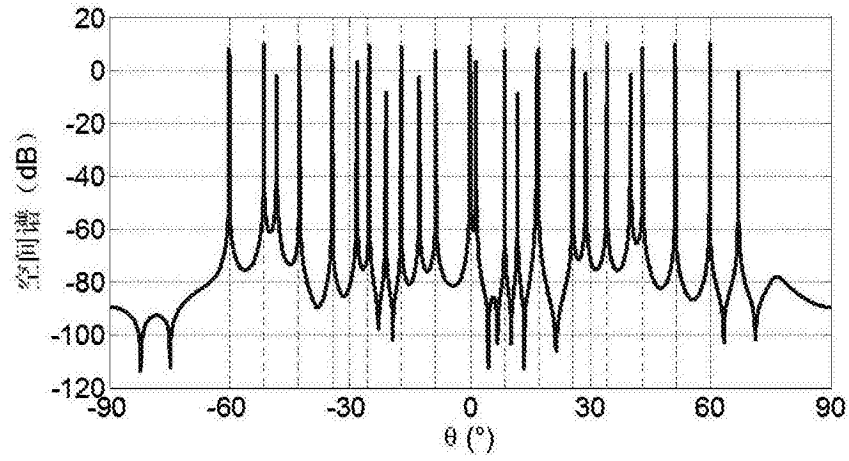


图4 (a)

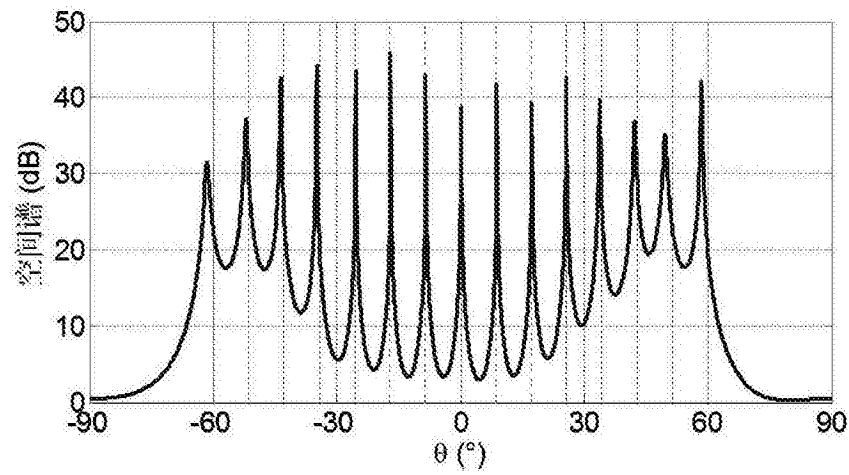


图4 (b)

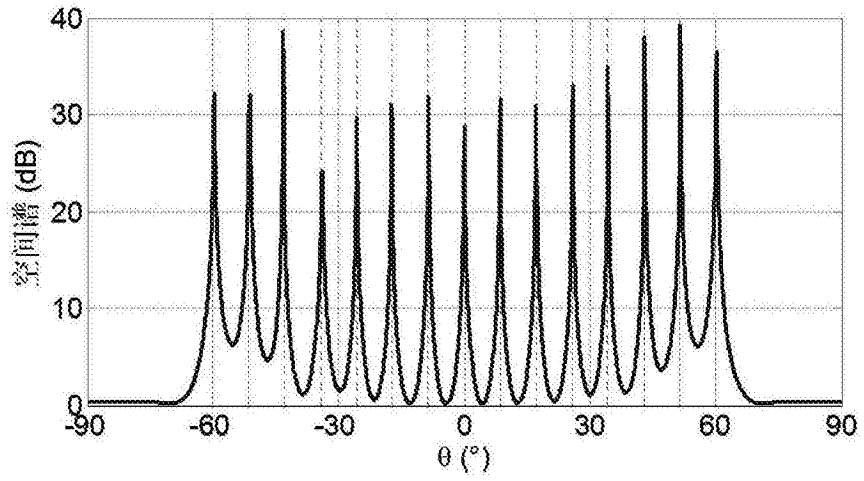


图4 (c)

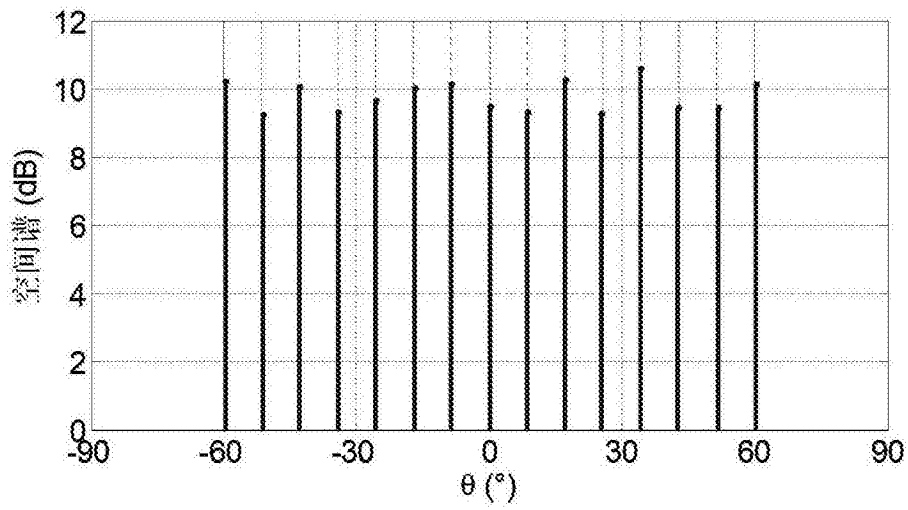


图4 (d)



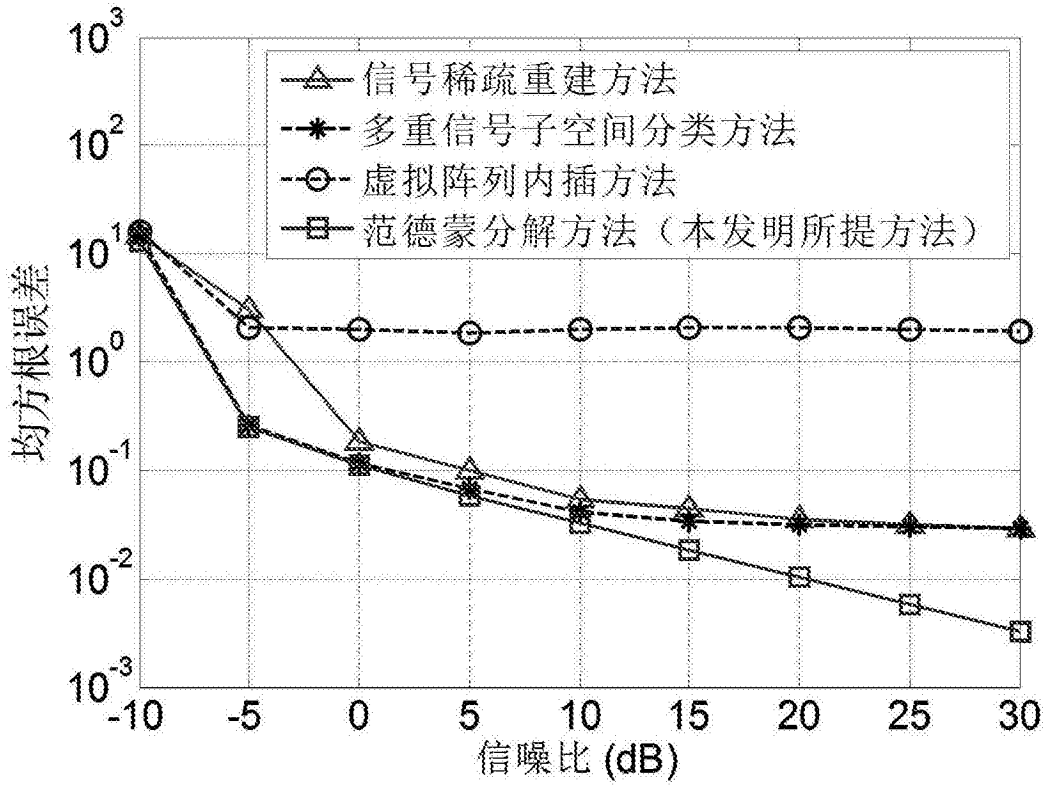


图5

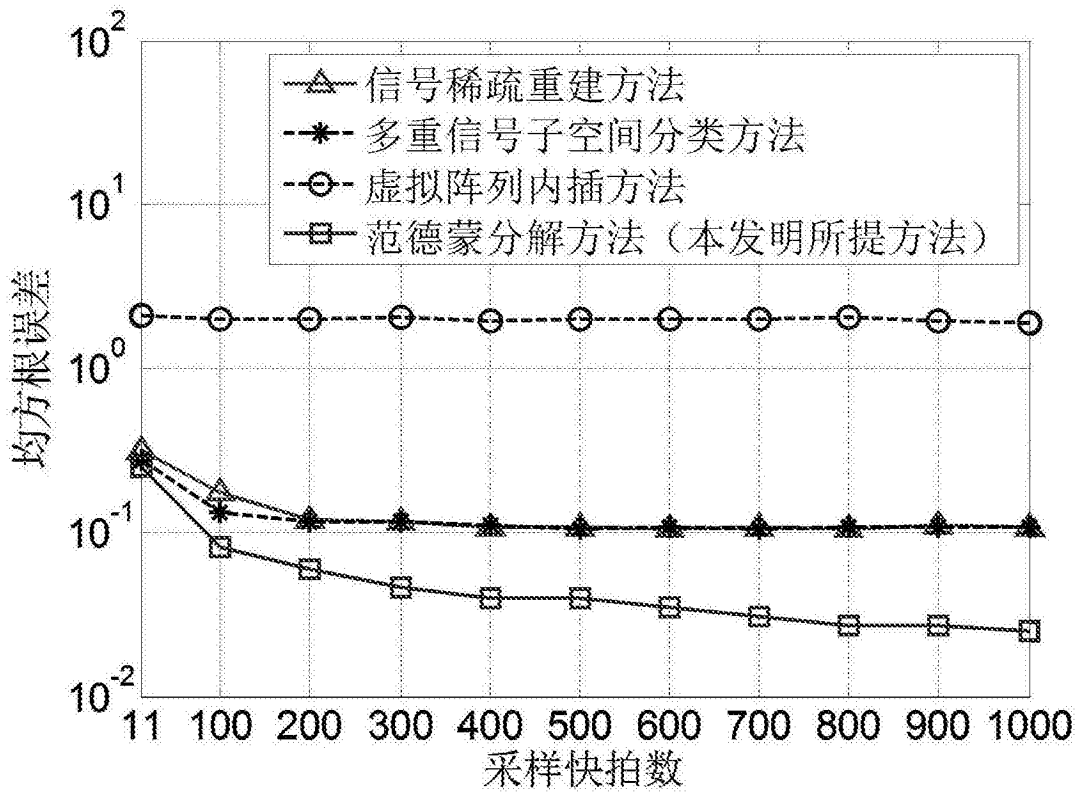


图6