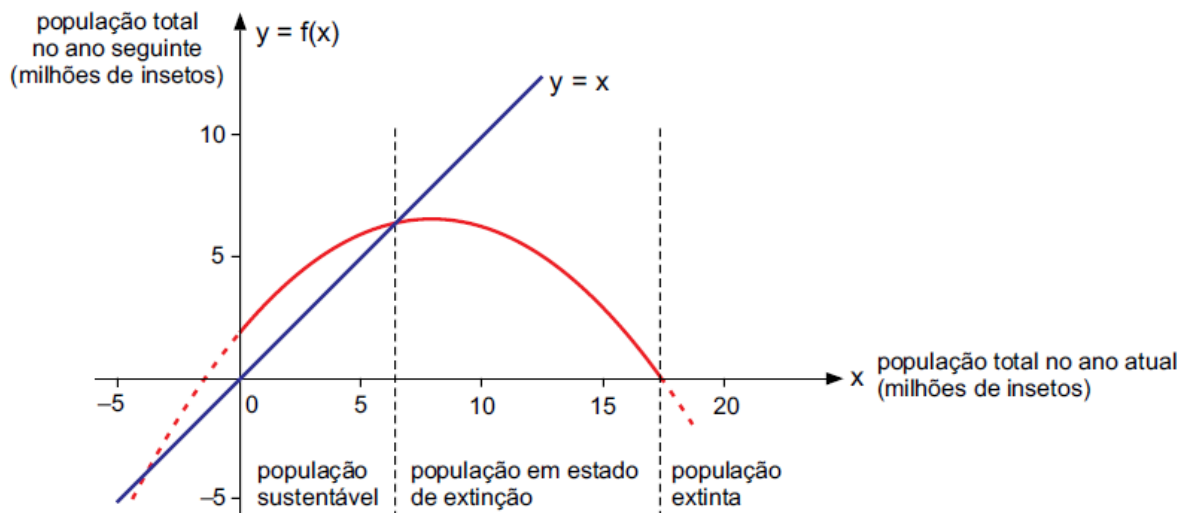


O gráfico da parábola dada pela função $f(x) = -\frac{3}{40}(x^2 - 16x - 24)$ indica, para uma determinada população de insetos, a relação entre a população total atual (x) e a população total no ano seguinte, que seria $f(x)$. Por exemplo, se a população atual de insetos é de 1 milhão ($x = 1$), no ano seguinte será de 2,925 milhões, já que $f(1) = 2,925$. Dizemos que uma população de insetos está em tamanho sustentável quando a população total do ano seguinte é maior ou igual a população total atual, o que pode ser identificado graficamente com o auxílio da reta em azul ($y = x$).



Determine a população total atual de insetos para a qual, no ano seguinte, ela será igual a zero (adote $\sqrt{22} = 4,7$), e determine a população total atual para a qual a sustentabilidade é máxima, ou seja, o valor de x para o qual a diferença entre a população do ano seguinte e do ano atual, nessa ordem, é a maior possível.

RESPOSTA

X: população atual

f(x): população do ano seguinte

Determinando x de modo que $f(x) = 0$, temos

$$0 = -\frac{3}{40}(x^2 - 16x + 24) = 0 \rightarrow x^2 - 16x + 24 = 0$$

Portanto,

$$x = \frac{16 \mp (352)^{1/2}}{2 \cdot 1} = \frac{16 \pm 4(22)^{1/2}}{2}$$

$$x_1 = \frac{16 + 4(22)^{1/2}}{2} = 8 + 2,4,7 = 17,4$$

$$x_2 = \frac{16 - 4(22)^{1/2}}{2} = 8 - 2,4,7 < 0$$

Portanto a população total atual para a qual no ano seguinte, ela será igual a zero será:

17400000 insetos.

Determinando agora, o valor de x para o qual a diferença entre a população do ano seguinte e a população do ano atual seja a máxima,

$$f(x) - x = \frac{-3}{40} (x^2 - 16x + 24) - x$$

$$f(x) - x = \frac{-3}{40}x^2 + \frac{8}{40}x - \frac{72}{40}$$

Calculando o x do vértice, temos

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-\frac{8}{40}}{2(-\frac{3}{40})} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Concluimos então, que a população para que a sustentabilidade seja máxima é de **1.333.333 insetos**.