

QUANTAS AÇÕES SÃO NECESSÁRIAS PARA SE OBTER UM PORTFÓLIO DIVERSIFICADO NO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO? UM ESTUDO EMPÍRICO.

HENRIQUE CASTRO MARTINS (PUCRS)

cm.henrique@hotmail.com

ALEXANDRE MAJOLA GAVA (CESF)

ale.gava@terra.com.br



Este artigo tratou de verificar quantas ações são necessárias para se fazer uma carteira diversificada no mercado de ações brasileiro. Para tanto, foram analisados os retornos mensais das principais ações brasileiras durante o período de 19996 a 2008. O risco das carteiras foi mensurado através da variância dos retornos mensais e o IBOVESPA foi considerado como proxy de carteira totalmente diversificada. Constatou-se que, desde que selecionados respeitando critérios de segmentação, seis ativos são suficientes para se obter menor risco que a carteira de mercado, e, dessa forma, atingir o objetivo da diversificação. Adicionalmente, esta carteira ainda obteve maior retorno do que o seu benchmark.

Palavras-chaves: diversificação, risco diversificável, segmentação.

QUANTAS AÇÕES SÃO NECESSÁRIAS PARA SE OBTER UM PORTFÓLIO DIVERSIFICADO NO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO? UM ESTUDO EMPÍRICO.

1. INTRODUÇÃO

Na literatura financeira, desde o artigo seminal de Markowitz (1952) sobre a teoria de portfólio, o benefício da diversificação tem sido difundido como uma das principais estratégias para redução do risco do investimento em ativos de renda variável.

Neste contexto, o número de ativos necessário para que a diversificação seja atingida tem sido objeto de inúmeros estudos, principiando talvez pela sugestão de 10 ações por Evans e Archer (1968). Vários outros artigos ao longo do tempo vêm detalhando esta discussão importantíssima para a teoria e prática financeira.

No Brasil, o desenvolvimento do mercado de capitais tem sido vigoroso nos últimos anos, sendo que a queda das taxas de juros reais tem, cada vez mais, atraído investidores para as bolsas de valores.

Contudo, há ainda uma carência de estudos que indiquem, no nosso mercado, como o benefício da diversificação pode ser alcançado, sendo este o objetivo do presente artigo: determinar o número de ativos necessário para o alcance da diversificação de uma carteira, sendo uma posição de investimentos diversificada representada aqui pelo IBOVESPA.

2. INVESTIMENTOS E DIVERSIFICAÇÃO

Em seu trabalho, Markowitz (1952) estabeleceu as bases da análise de portfólio, indicando no próprio início do artigo que a técnica proposta visava a otimização da combinação de ações a partir de escolhas pré-determinadas pelo próprio possuidor da carteira. Ou seja, a questão de foco era a busca da melhor combinação possível de papéis considerados, a priori, investimentos interessantes. Posteriormente, Sharpe (1964) avançou neste campo sugerindo o modelo de índice único, ou Beta, como forma de representar as covariâncias entre os ativos e o portfólio de mercado.

No que tange às evidências empíricas que se seguiram às bases teóricas comentadas no parágrafo anterior, Evans e Archer (1968) estão entre os primeiros autores a discutir a questão de otimização de portfólio a partir do tratamento sugerido por Markowitz (1952) e Sharpe (1964). Eles analisaram 470 ativos no período entre 1958 e 1967 no mercado americano, montando portfólios aleatórios contendo de 1 a 40 ações em seus retornos semestrais. Estudando a média geométrica e o desvio-padrão de portfólios formados a partir desta base de dados, usando análise de regressão e testes-F, Evans e Archer (1968) puderam afirmar que oito ativos conseguem eliminar a parte mais significativa do risco não-sistemático de uma carteira. Em resumo, os autores indicaram existir uma relação assintótica decrescente entre o número de ativos de uma carteira e o desvio-padrão da mesma (numa função com R^2 próximo a 99%) e levantaram dúvidas quanto a racionalidade de carteiras serem formadas com mais de dez ativos.

Fisher e Lorie (1970) analisaram 40 anos de dados do mercado norte-americano, a partir da média e desvio padrão de 128 ativos agrupados em portfólios aleatoriamente. Segundo os resultados da pesquisa, a parte mais relevante do risco não-sistemático é eliminado com carteiras de 8 ativos. Em resumo, 40% da redução de risco é obtida com portfólios de duas ações; 80% com 8 ações; 90% com 16 ações; 95% com 32 ações e 99% com 128 ações.

Para Elton e Gruber (1977) o uso de investimentos iguais nos diferentes ativos componentes de portfólios, na literatura acerca de relações entre o número de ativos e o risco da carteira, é uma prática recorrente. Utilizando retornos semanais de aproximadamente 3500 ativos no período compreendido entre 1971 e 1974, os autores encontraram o seguinte perfil de redução de risco:



Fonte: Elton e Gruber (1977)

Quadro 1 – Redução de risco por número de ativos

Pode-se observar que a maior parte do risco suportado é reduzido até o décimo ativo ser adicionado à carteira. Contudo, os autores afirmam que a redução dali em diante não pode ser desprezada, devendo fazer parte da política de administração da carteira (sendo contraposta aos custos de transação).

Criticando principalmente o trabalho de Evans e Archer (1968), Statman (1987) afirma que para se obter um portfólio bem diversificado, necessita-se de 30 a 40 ativos (dependendo se o investidor é um aplicador ou tomador de dinheiro em renda fixa). Suas conclusões são contrárias às da maioria dos estudos de sua época, incluído o de Markowitz, que afirmava que possuindo-se entre 10 e 15 ativos apenas, já se conseguiria uma boa diversificação. Além disso, Statman (1987) afirma que comumente os investidores não têm portfólios com um nível de diversificação ótimo (a partir de pesquisas empíricas neste sentido efetuadas nos EUA), e que a falta de informação, e não os custos da transação, é a melhor explicação para isto.

Chan, Karceski e Lakonishok (1999) analisaram uma amostra de 500 ações em 30 anos a partir de retornos mensais no mercado norte-americano, chegando a um desvio-padrão mensal médio de 9,9%. Ainda segundo eles, a correlação entre duas ações é significativamente maior quando as mesmas pertencem ao mesmo setor econômico, sendo este fato positivamente correlacionado ao tamanho das firmas analisado. Finalmente, segundo o trabalho, o desvio-padrão anual para o período integral, numa amostra de 250 papéis, foi de 16,6%, sendo que a administração ativa da carteira levou o risco para 12,6%, numa redução de 24%.

Para Goetzmann e Kumar (2008), o investidor americano mantém investimentos não diversificados em ativos de risco, sendo este efeito maior em indivíduos jovens e com nível de renda e educação menor. Os autores chegaram a esta conclusão analisando o comportamento

de mais de 60 mil aplicadores numa corretora dos EUA no período entre 1991 e 1996. Segundo eles, na média, os investidores da amostra possuíam apenas 4 ativos em suas carteiras (número bastante inferior ao mínimo reportado na literatura para haver diversificação efetiva).

Campbell, Lettau, Malkiel e Xu (2001) analisaram portfólios de ações no mercado norte-americano no período de 1963 a 1997. Segundo os autores, o aumento na porção não-diversificável de risco fez com que, nos primeiros anos da amostra, 20 ativos fossem suficientes para atingir um benefício quase total de diversificação, número que, a partir de 1986, subiu para aproximadamente 50 diferentes papéis.

No Brasil, Figueiredo et al (2000) aplicaram o modelo de Markowitz e de Índice Único de Sharpe no ano de 1999 para as 10 ações com maior significância no Ibovespa na época. Chegou-se à conclusão de que ambos os modelos garantiram retornos significativamente maiores que o do Ibovespa, sendo que o de Markowitz foi, relativamente, maior. A partir do teste t, foi indicado que as médias dos retornos das 12 carteiras compostas pelos modelos foram diferentes da média do retorno do Ibovespa. Cada carteira foi composta utilizando os retornos mensais de 1998 a 1999 formando assim, as 12 carteiras. Apesar das conclusões serem relevantes, foram utilizados apenas 10 ativos, dos quais somente 4 foram incorporados às carteiras descritas, o que pode ter viesado o resultado. Na relação com o presente estudo, fica a indicação de que quatro ativos (usados em ambas as metodologias) não foram suficientes para diluir o risco das carteiras ao nível do mercado (representado pelo IBOVESPA).

Oda, Senger e Chára (1998) discutem que através de uma estratégia de diversificação simples, 14 ativos, escolhidos aleatoriamente, são suficientes para que se obtenha um retorno maior que o apresentado por fundos mútuos de investimento; sem, contudo, apresentar aumento no risco da estratégia. O estudo foi feito durante abril de 1996 e abril de 1998 e levou em consideração 187 ações negociadas na Bovespa. Os fundos utilizados foram aqueles listados no sistema Invest News e que permaneceram ativos durante o período. Utilizando-se os 14 ativos, consegue-se uma redução de aproximadamente 80% da variância esperada pela utilização de uma ação apenas. Apesar de não haver qualquer tipo de critério na formação do portfólio, o benefício da diversificação fica, mais uma vez, evidente.

Da Luz et al (2004) analisaram o risco sistemático, representado pelos coeficientes beta das ações, antes e depois da implementação do Plano Real. Estudaram ações com alta e baixa liquidez, as quais foram divididas em grupos distintos. A partir de testes estatísticos de hipótese, chegaram a conclusão que não houve mudanças significativas no risco associado aos ativos, mesmo com a estabilização proporcionada pela troca de plano econômico. Entretanto o risco total, associado à variância dos retornos do IBOVESPA, diminuiu após a fronteira determinada.

Contudo, o resultado mais relevante para o presente estudo é o fato de Da Luz et al (2004) terem encontrado que as ações menos líquidas apresentam um coeficiente de risco sistemático médio associado menor que as ações mais líquidas, em ambos os modelos de regressão utilizados, regressão linear simples e método dos coeficientes agregados (AC). Apesar de os retornos não terem sido citados, tal achado é relevante na otimização dos portfólios.

3. METODOLOGIA

Para a consecução dos objetivos do presente trabalho, foi efetuada a coleta do último retorno obtido em cada mês das ações pertencentes ao IBOVESPA no período compreendido entre

janeiro de 1996 a maio de 2008. Os dados foram pesquisados na base do site *Infomoney* e ajustados para pagamento de dividendos e desdobramentos. Foram coletados os retornos dos ativos mais representativos de cada segmento dentro do IBOVESPA que tivessem ao menos uma negociação no mês dentro do período de amostra estipulado; seguindo a seguinte ordem:

Código	Empresa	Tipo de Ação	Participação no Ibovespa (%)	SEGMENTO
PETR4	PETROBRAS	PN EB	14,139	Exploração e/ou Refino
VALE5	VALE R DOCE	PNA	12,749	Minerais Metálicos
BBDC4	BRADESCO	PN	3,84	Bancos
VALE3	VALE R DOCE	ON	3,349	Minerais Metálicos
ITAU4	ITAUBANCO	PN ED	3,161	Bancos
USIM5	USIMINAS	PNA EB	3,063	Siderurgia
UBBR11	UNIBANCO	UNT	2,782	Bancos
CSNA3	SID NACIONAL	ON EDJ	2,768	Siderurgia
PETR3	PETROBRAS	ON EB	2,64	Exploração e/ou Refino
GGBR4	GERDAU	PN	2,591	Siderurgia
ITSA4	ITAUSA	PN EBS	2,437	Bancos
BBAS3	BRASIL	ON	2,379	Bancos
CMIG4	CEMIG	PN EDB	1,8	Energia Elétrica
ALLL11	ALL AMER LAT.	UNT ED	1,743	Transporte Ferroviário
NETC4	NET	PN	1,562	Televisão por Assinatura
CESP6	CESP	PNB	1,545	Energia Elétrica
TNLP4	TELEMAR	PN	1,521	Telefonia Fixa
BRAP4	BRADESPAR	PN EJ	1,415	Holdings Diversificadas
CYRE3	CYRELA REALT	ON ED	1,279	Construção Civil
GOLL4	GOL	PN ED	1,228	Transporte Aéreo
AMBV4	AMBEV	PN ES	1,211	Cervejas e Refrigerantes
BTOW3	B2W VAREJO	ON	1,14	Produtos Diversos
TAMM4	TAM S/A	PN	1,13	Transporte Aéreo
LAME4	LOJAS AMERICANAS	PN	1,125	Produtos Diversos
PRGA3	PERDIGAO S/A	ON EJ	1,105	Carnes e Derivados

Fonte: Infomoney

Tabela 1 – Ativos pertencentes ao IBOVESPA de maio a agosto de 2008

Seguindo as evidências reportadas por Chan, Karceski e Lakonishok (1999), foram utilizados ativos de diferentes segmentos econômicos para a montagem das carteiras, para obter-se o benefício da diversificação de forma mais efetiva.

Também foram pesquisados os retornos do IBOVESPA na mesma fonte (Infomoney) e no mesmo período, tomando-se como base que os retornos e volatilidade de uma carteira totalmente diversificada seriam representados no presente estudo pelos retornos e volatilidade do IBOVESPA, seguindo-se assim procedimentos semelhantes aos de Evans e Archer (1968) e Elton e Gruber (1977).

Destarte, foi necessário para o cálculo o retorno médio aritmético (calculado conforme Equação 1) e o desvio-padrão (segundo a Equação 2) da série de retornos de cada ativo e do IBOVESPA, conforme o que segue:

$$\bar{k} = \sum_{t=1}^n \frac{k_t}{n} \quad \text{Equação 1}$$

Onde: \bar{k} = Retorno médio aritmético;

k_t = Retornos individuais;

n = Número de observações;

t = Período

$$\sigma = \sqrt{\frac{((k_1 - \bar{k})^2 + (k_2 - \bar{k})^2 + \dots + (k_n - \bar{k})^2)}{(n-1)}} \quad \text{Equação 2}$$

Onde: k_n = Retorno individual do ativo n;

\bar{k} = Retorno médio aritmético;

n = Número de observações;

σ = Desvio-padrão

O próximo passo é a análise do retorno e da volatilidade das combinações de ativos, um-a-um, dois-a-dois e assim por diante, a partir do critério de segmentação (agregando segmentos econômicos diferenciados) e considerando como ponto de partida o portfólio constituído com 100% da ação mais líquida citada na tabela 1. O objetivo foi determinar quantas ações seriam necessárias para que, a partir do decaimento do risco previsto pela estratégia da diversificação, o desvio-padrão do portfólio fosse menor ou igual ao do IBOVESPA, que representaria, deste modo, uma carteira totalmente diversificada.

Para tanto, foi necessário o cálculo do desvio-padrão de cada ativo (conforme já comentado) e da covariância dos pares de ativos utilizados em cada portfólio, conforme a seguinte fórmula:

$$\sigma_{ab} = \frac{\sum_{t=1}^n (k_1 - \bar{k}) \times (k_2 - \bar{k})}{n} \quad \text{Equação 3}$$

Onde: k_n = Retorno individual do ativo n
 \bar{k} = Retorno médio aritmético de cada série
 n = Número de observações
 σ_{ab} = Covariância do ativo A e B

Para o cálculo do desvio-padrão dos portfólios foi utilizada a forma clássica proposta por Markowitz (1952), conforme o Quadro 2:

Ação	1	2	3	...	N
1	$(W_1)^2 (\sigma_1)^2$	$W_1 W_2 \sigma_{1,2}$	$W_1 W_2 \sigma_{1,2}$		$W_1 W_N \sigma_{1,N}$
2	$W_2 W_1 \sigma_{2,1}$	$(W_2)^2 (\sigma_2)^2$	$(W_2)^2 (\sigma_2)^2$		$W_2 W_N \sigma_{2,N}$
3	$W_3 W_1 \sigma_{3,1}$	$W_3 W_2 \sigma_{3,2}$	$(W_3)^2 (\sigma_3)^2$		$W_3 W_N \sigma_{3,N}$
...					
N	$W_N W_1 \sigma_{N,1}$	$W_N W_2 \sigma_{N,2}$	$W_N W_3 \sigma_{N,3}$		$(W_N)^2 (\sigma_N)^2$

Fonte: Ross, Westerfield e Jaffe (2002)

Quadro 2 – Redução de risco por número de ativos

Onde: W = Percentual do ativo (peso);
 n = Número de observações;
 $(\sigma)^2$ = Variância;
 σ_{ab} = Covariância do ativo A e B.

Para fins de comparação com o IBOVESPA, foi considerada a média dos retornos e do desvio-padrão de todos os portfólios que puderam ser formados com aquele número de ativos. Sendo, por exemplo, a média dos retornos de todos os portfólios com 4 ativos, o retorno para comparação com o IBOVESPA considerando-se todos portfólios de 4 ativos formados a partir da amostra total analisada e assim por diante.

Considerou-se que, em todos os portfólios analisados, o investimento foi feito de forma homogênea entre todos os ativos, seguindo-se Elton e Gruber (1977).

4. RESULTADOS

A partir dos critérios de segmentação comentados, foram utilizados, na composição dos portfólios, os seguintes ativos (na seguinte ordem): **PETR4** (Petrobras), **VALE5** (Vale), **BBDC4** (Banco Bradesco), **USIM5** (Usiminas), **CMIG5** (Cemig), e **LAME4** (Lojas Americanas). Foi feita a troca do ativo **LAME4** pelo ativo subsequente que respeitasse o critério da segmentação, no caso, **PRGA3** (Perdigão). A troca foi feita pelo fato de o ativo **LAME4** possuir um desvio-padrão muito mais elevado do que os demais ativos, o que

viesava a média geral quando era utilizado (o papel foi considerado um *outlier* em termos de risco). Neste sentido, foi aplicada a proposição de Markowitz (1952), que visava à otimização da combinação de ações a partir de escolhas pré-determinadas pelo próprio possuidor da carteira. Foram usados 6 ativos porque este número atingiu o objetivo inicialmente proposto de diversificação, como será a partir de agora exposto.

Inicialmente, os retornos médios dos ativos e do IBOVESPA, conforme cálculos feitos no Microsoft Excel, foram os seguintes:

BBDC4	2,98%
CMIG4	2,60%
PETR4	3,65%
PRGA3	2,89%
USIM5	3,63%
VALE5	3,57%
IBOVESPA	2,26%

Quadro 3- Retornos individuais

Pode-se observar que os retornos encontram-se próximos à faixa de 3% ao mês de rentabilidade, analisando-se o período de janeiro de 1996 a maio de 2008.

Por outro lado, em termos do risco total, representado pelo desvio-padrão, tem-se o que segue:

BBDC4	12,29%
CMIG4	12,49%
PETR4	12,25%
PRGA3	11,92%
USIM5	14,48%
VALE5	13,00%
IBOV	9,28%

Quadro 4 – Desvio-padrão dos ativos

Observa-se que os desvios-padrão estão situados na média de 13% ao mês, e que o do IBOVESPA, naturalmente, é inferior, situando-se na casa de 9,28%. Este último número é bastante semelhante ao de Chan, Karceski e Lakonishok (1999), que analisaram uma amostra de 500 ações em 30 anos a partir de retornos mensais no mercado norte-americano e chegaram a um desvio-padrão mensal médio de 9,9%.

Com relação à análise dos benefícios da diversificação, sendo a média do Quadro 4 (excluindo o desvio-padrão do IBOVESPA) igual a 0,1274, assumiu-se que o valor 12,74% representa o desvio-padrão para os portfólios com um ativo (conforme já especificado).

Partindo-se agora para a montagem das carteiras, o Quadro 5 mostra a covariância encontrada para cada par de ativo:

COVARIÂNCIA	BBDC4	CMIG4	PETR4	PRGA3	USIM5	VALE5
BBDC4	X	0,859%	0,891%	0,520%	0,704%	0,455%
CMIG4	X	X	1,010%	0,594%	0,866%	0,557%
PETR4	X	X	X	0,694%	0,763%	0,479%
PRGA3	X	X	X	X	0,758%	0,440%
USIM5	X	X	X	X	X	0,606%
VALE5	X	X	X	X	X	X

Quadro 5 - Covariâncias

Utilizando-se os dados do Quadro 5 a partir da matriz demonstrada no Quadro 2, chegou-se ao seguintes resultados de desvio-padrão:

Desvio-padrão das carteiras	BBDC4	CMIG4	PETR4	PRGA3	USIM5	VALE5
BBDC4	x	10,94%	10,95%	9,97%	11,20%	10,14%
CMIG4	x	x	11,27%	10,21%	11,61%	10,44%
PETR4	x	x	x	10,38%	11,32%	10,19%
PRGA3	x	x	x	x	11,22%	9,99%
USIM5	x	x	x	x	x	11,18%
VALE5	x	x	x	x	x	x

Quadro 6 – Desvio-padrão de carteiras com 2 ativos

Foi neste caso considerada a média do desvio padrão de todas as combinações possíveis, ou seja 10,73%, como sendo o desvio padrão representante para portfólios com dois ativos.

O procedimento foi repetido para as combinações de três ativos em diante, chegando-se a um número total de 64 portfólios, que é a soma da última linha demonstrada no triângulo ilustrativo a seguir:

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1
...						...

Figura 1 – Triângulo de Pascal ilustrando o número de combinações simples possível

Sendo aplicada esta lógica, os resultados atingidos foram:

1 ativo	12,74%
2 ativos	10,73%
3 ativos	9,97%
4 ativos	9,57%
5 ativos	9,32%
6 ativos	9,15%

Quadro 7 – Desvio-padrão dos portfólios

Observa-se um decaimento do desvio-padrão mensal conforme esperado pela teoria, entretanto numa velocidade de decaimento menor do que o reportado na literatura americana (vide neste aspecto especialmente Elton e Gruber, 1977). Uma visão gráfica pode ser estabelecida abaixo:

O gráfico 1 representa o decaimento do desvio-padrão:

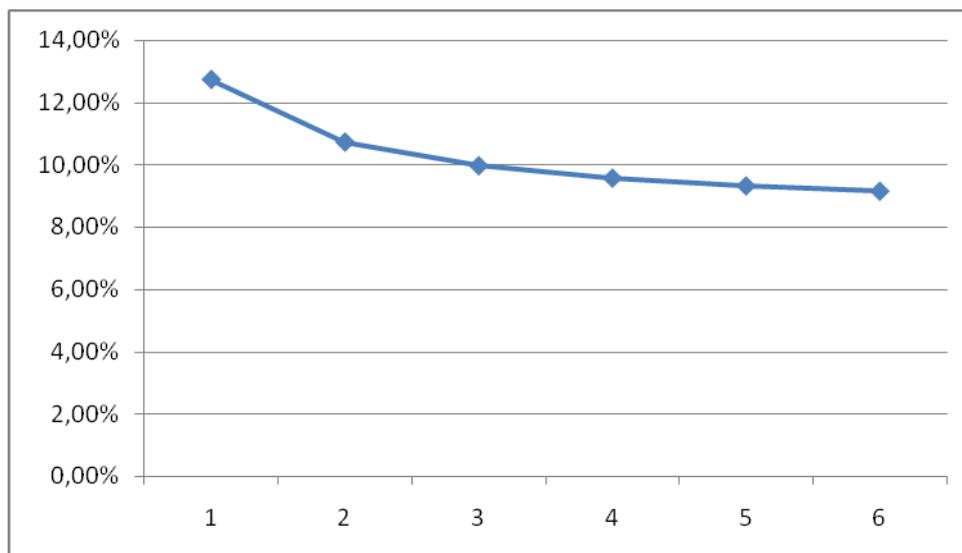


Gráfico 1- Decaimento do desvio-padrão

Pode-se perceber a desaceleração que ocorre no gráfico em termos de decaimento do risco, o que pode ser melhor visualizado na tabela abaixo:

1 ativo	12,74%	
2 ativos	10,73%	-15,78%
3 ativos	9,97%	-7,08%
4 ativos	9,57%	-4,01%
5 ativos	9,32%	-2,61%

6 ativos	9,15%	-1,82%
-----------------	-------	---------------

Quadro 8 - Decaimento do Desvio-padrão

Pode-se observar no Quadro 8 acima que, sendo o desvio-padrão do Ibovespa igual a 9,28%, (tabela 4), seis ativos bastam para se ter um desvio-padrão menor (aproximadamente 9,15%). Neste sentido, os resultados aqui reportados não diferem muito da literatura americana, que sugere 8 ou 10 ativos (embora haja alguns trabalhos discordantes, conforme discutido no referencial teórico).

Embora se possa criticar a presente metodologia questionando-se se de fato o IBOVESPA representa uma carteira diversificada, tem-se os seguintes argumentos a este respeito:

- O IBOVESPA é hoje formado por cerca de sessenta ativos, o que sem dúvida é bastante representativo para o mercado brasileiro;
- Em termos de volume de negócios e volume financeiro, representa mais de 80% do total transacionado no mercado à vista da BOVESPA.

Por outro lado, a curva de desaceleração da redução de risco apresentada nas tabelas anteriores corrobora o fato de que, a partir do sétimo ativo, uma eventual contribuição na redução da volatilidade da carteira seria de fato muito sutil (possivelmente menor que 1,82%).

Finalmente, cabe destacar que esta redução de risco, no presente estudo, leva a um retorno ainda superior, sendo o retorno médio histórico do IBOVESPA 2,26% a.m., tem-se um retorno médio maior, aproximadamente 3,22% a.m., utilizando-se o portfólio com seis ativos, conforme abaixo:

1 ativo	3,65%
2 ativos	3,61%
3 ativos	3,40%
4 ativos	3,46%
5 ativos	3,29%
6 ativos	3,22%

Quadro 9 – Retornos

Neste sentido, estes resultados não diferem muito do que é reportado em geral na literatura financeira – normalmente portfólios construídos a partir das técnicas sugeridas por Markowitz (1952) e Sharpe (1964) apresentam desempenho superior à chamada “carteira de mercado”, seja ela representada pelo IBOVESPA ou por índices do mercado americano (como o SP500 ou *Dow Jones*).

5. CONCLUSÃO

O presente trabalho sugere que seis ativos de segmentos econômicos distintos são suficientes para reduzir a volatilidade de uma carteira teórica para níveis inferiores aos do IBOVESPA.

Os resultados indicam que o benefício da diversificação proposto por Markowitz (1952) está ao alcance de alguns ativos apenas, o que pode representar um uso efetivo desta estratégia até pelo pequeno investidor.

Este número não é muito diferente do reportado na literatura financeira sobre o tema (que nos EUA parece estar na casa de 10 ativos, embora haja alguma controvérsia quanto a isso). No Brasil, segundo Figueiredo et al (2000), 4 ativos não foram suficientes para uma boa diversificação da amostra analisada, que foi obtida num outro contexto com 14 ativos por Oda, Senger e Chára (1998).

Trabalhos futuros poderiam analisar portfólios de tamanhos maiores para verificar se, na linha de Elton e Gruber (1977), o contraponto entre custos de transação e a diversificação marginal poderiam trazer alternativas interessantes ao investidor.

Finalmente, cabe destacar que os retornos apurados pelas carteiras formadas no presente estudo foram superiores aos do IBOVSPA no mesmo período, fato que está alinhado com as evidências empíricas nacionais e internacionais aqui reportadas e que, de fato, indicam o potencial destas técnicas para a otimização do risco e retorno de investimentos.

6. REFERÊNCIAS

CAMPBELL, John Y. LETTAU, Martin. MALKIEL, Burton G. XU, Yexiao. Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Exploration of Idiosyncratic Risk. *The Journal of Finance*, v. 56, n. 1, p. 1-43, feb., 2001.

CHAN, Louis K. C. KARCESKI, Jason. LAKONISHOK, Josef. On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model. *The Review of Financial Studies*, v. 12, n. 5, p. 937-974, winter, 1999.

DA LUZ, Álvaro Dezdério. SANTOS, André Alves Portela. LIMA, Marcus Flávio Sousa. DA COSTA JR., Newton Carneiro Affonso. Análise do risco total e sistemático antes e após o Plano Real. *Caderno de Pesquisa em Administração*, São Paulo, v. 11, n. 4, p. 31-41, out/dez, 2004.

ELTON, Edwin J.. GRUBER, Martin J. *Risk reduction and portfolio size: an analytical solution.* *Journal of Business*, v. 50, n. 3, p. 415-437, oct. 1977.

EVANS, John L., ARCHER, Stephen H. *Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis.* *The Journal of Finance*, v. 23, n. 5, p. 761-767 Dec. 1968.

FIGUEIREDO, Antonio Carlos. DRESCH, Ademar Paulo. ZANINI, Francisco A. M. BROCHMANN, Luciano. FRANZ, Paulo Roberto Garcia. *A utilização da teoria de carteira de Markowitz e do modelo de índice único de Sharpe no mercado de ações brasileiro em 1999.* *Resenha da BMF*, São Paulo, n. 141, p. 51-59, 2000.

FISHER, Lawrence. LORIE, James H. *Some Studies of Variability of Returns on Investments in Common Stocks.* *The Journal of Business*, v. 43, n. 2, p. 99-134, apr, 1970.

GOETZMANN, Willian N. KUMAR, Alok. *Equity portfolio diversification.* *Review of Finance, Forthcoming.* 2008.

MARKOWITZ, Harry M. *Portfolio selection.* *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, mar. 1952.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. *Administração financeira: corporate finance.* 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ODA André Luiz. SENGER, Maria Carlota Morandin. CHÁRA, Alexandre Noboru. *Um estudo sobre diversificação na Bolsa de Valores de São Paulo.* In: 22º ENANPAD - Encontro Anual da ANPAD (Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração), 1998, Foz do Iguaçu. Anais do 22º ENANPAD - Encontro Anual da ANPAD, 1998.

SHARPE, Willian F. *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk.* *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425-442, sep., 1964.

STATMAN, Meir. *How many stocks make a diversified portfolio?* *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 22, n. 3, p.353-363. Sept. 1987.

