

## ProVis – Probability Visualized Ein Modellierungswerkzeug für den Stochastikunterricht

Victoria Döller<sup>1</sup>

**Abstract:** Visualisierung spielt in der Stochastik eine zentrale Rolle. Um die Vorteile einer digitalen Repräsentation der Diagramme in der Schule nutzen zu können, wurde die Modellierungssoftware ProVis entwickelt. ProVis unterstützt die Visualisierungsmethoden Baumdiagramm und Einheitsquadrat und bereichert durch die Automatisierung komplexer Konstruktionen und die dynamische Änderbarkeit der Modelle deren Potenzial im Unterricht. Ein interaktiver, experimenteller und damit nachhaltiger Wissenserwerb der Lernenden wird gefördert. Zusätzliche Funktionen wie Layouting, Kontrollfunktionen und die Vernetzung der beiden Methoden wurden in ProVis integriert und ermöglichen eine weitere Aufwertung der digitalen Visualisierungen für den Lernprozess.

**Keywords:** Visualisierung in der Stochastik; Modellierung im Unterricht; Baumdiagramm; Einheitsquadrat

### 1 Einleitung

Visualisierungen spielen eine zentrale Rolle in der Stochastik. Sie dienen der Strukturierung und als Denkwerkzeuge [WG02, S.237] und Argumentationsbasis [EV13, S.172] im Umgang mit stochastischen Fragestellungen. Während in anderen Bereichen darstellende technologische Hilfsmittel im Unterricht bereits etabliert sind, etwa GeoGebra<sup>2</sup> in der Geometrie und Algebra, werden Visualisierungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Schule noch überwiegend mit Stift und Papier erstellt. Dabei können die Konstruktionen der hier verwendeten konzeptionellen Diagrammtypen komplex sein und monotone Berechnungsarbeit mit sich bringen. Interessante Beispiele aus der Praxis sind oft zu aufwändig um sie mit der Hand zu zeichnen und zu berechnen und werden durch einfachere, fiktive Aufgaben ersetzt. Es liegt auf der Hand, dass eine Ablöse der statischen Zeichnungen auf Papier durch digitale Repräsentation der Diagramme den Mehrwert dieser Visualisierungen und Modelle entscheidend erweitern kann [Bo19]. Wesentlich sind dabei die vereinfachte Verfügbarkeit auf Knopfdruck und die dynamische Änderbarkeit. Digitale Modelle können durch ein geeignetes Modellierungswerkzeug schnell und einfach erstellt, angepasst, erweitert, gegenübergestellt und kombiniert werden. Aus didaktischer Perspektive wird dadurch ein interaktiver, experimenteller und damit nachhaltiger Wissenserwerb der stochastischen Konzepte ermöglicht und gefördert [Bu11, S.75]. Gleichzeitig ist die Lehre von stochastischen Visualisierungsmethoden eine der vielen konkreten Formen der Lehre

<sup>1</sup> Universität Wien, Fakultät für Informatik, Research Group Knowledge Engineering, victoria.doeller@univie.ac.at

<sup>2</sup> www.geogebra.org

von konzeptioneller Modellierung [Bu19]. Aus diesen Gründen haben wir *ProVis*, ein digitales Modellierungswerkzeug für den Stochastikunterricht, entwickelt.

## 2 ProVis – ein Modellierungswerkzeug für den Stochastikunterricht

ProVis ermöglicht es, die Vorzüge eines einfach zu handhabenden Modellierungstools im Schulunterricht zu nutzen und umfasst die beiden Visualisierungsmethoden Baumdiagramm und Einheitsquadrat. Besonderer Wert wurde bei der Entwicklung auf intuitive, einfache Handhabung ohne technische Überladung gelegt, damit Schülerinnen und Schüler sich auf das Erlernen von stochastischen Methoden konzentrieren können und das Erlernen eines Werkzeuges keine zusätzliche Mühe bereitet. Des Weiteren wurde berücksichtigt, dass die Visualisierungsmethoden in unterschiedlichen Phasen des Lernprozesses eingesetzt werden und ProVis in jeder Phase adäquate Funktionen anbietet. Diese beginnen bei der einfachen Strukturierung von Problemstellungen in Diagrammen und reichen über die Anwendung von Berechnungsregeln bis hin zur Vernetzung der Diagrammtypen.

Nach der Kategorisierung des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht im Praxishandbuch Mathematik der AHS Oberstufe [Bu11, S.75] ist ProVis zunächst zu den Visualisierungswerkzeugen zu zählen. Durch die Dynamik der digitalen Diagramme, die schnelle und einfache Verfügbarkeit der Modelle und die zusätzlichen Funktionalitäten für eine weitere Aufwertung der Methoden besitzt ProVis auch den Charakter eines Experimentierwerkzeuges. Im Framework von Karagiannis und Kühn [KK02] liegt der Fokus der vorliegenden Modellierungsmethode einerseits auf der Sprache, speziell auf der Notation, und andererseits auf den Mechanismen und Algorithmen, die auf die Modelle anwendbar sind.

### 2.1 Die Visualisierungsmethoden

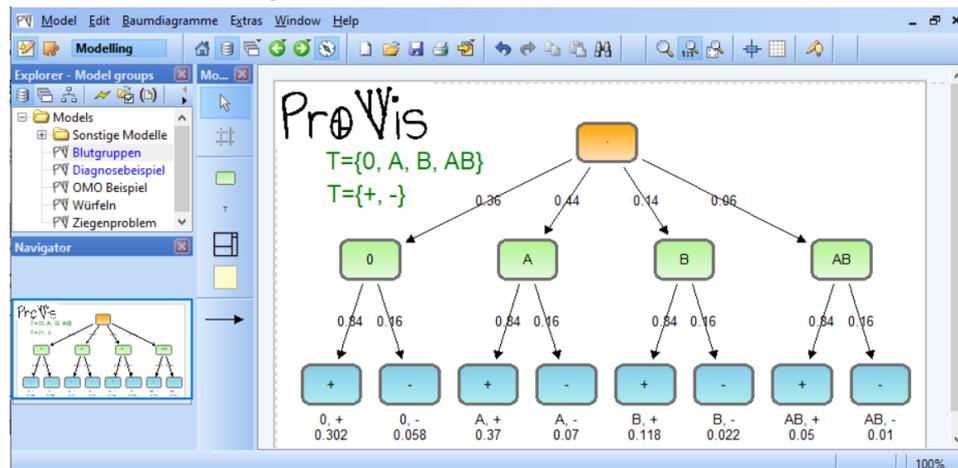


Abb. 1: Benutzeroberfläche von ProVis, modelliert wurde ein Baumdiagramm zu Blutgruppen

**Baumdiagramme** sind intuitiv verständlich, einfach zu konstruieren und universell einsetzbar und sind auch im österreichischen Lehrplan der allgemeinbildenden höheren Schulen im Inhaltsbereich *Beschreibende Statistik; Wahrscheinlichkeit* der zehnten Schulstufe verankert [Leh]. Baumdiagramme eignen sich besonders gut zur übersichtlichen Strukturierung von stochastischen Sachverhalten und im fortgeschrittenen Lernstadium zur Ableitung von Wahrscheinlichkeiten zusammengesetzter Ereignisse. Ein Beispiel über die Verteilung von Blutgruppen und Rhesusfaktor in Österreich<sup>3</sup> ist in Abbildung 1 zu sehen.

**Einheitsquadrate** sind Diagramme zur Abbildung von Partitionierung einer Grundgesamtheit nach zwei Merkmalen zu je zwei Ausprägungen. Zum Beispiel lässt sich eine Personengruppe nach dem Merkmal *Geschlecht (M/W)* und dem Merkmal *Rauchverhalten (R+/R-)* unterteilen. Das korrespondierende Einheitsquadrat wird in vier Rechtecke unterteilt, jedes Rechteck entspricht einer Merkmalskombination, siehe Abbildung 2. Die Flächeninhalte der Rechtecke spiegeln die Anteile an der Grundgesamtheit wieder. Damit werden die Gruppengrößen nicht nur numerisch angeführt, sondern auch direkt grafisch. Einheitsquadrate eignen sich besonders gut zur Herleitung von Abhängigkeiten von Merkmalen. Ihre Konstruktion ist durch die präzisen Unterteilungen im Quadrat vergleichsweise aufwändig.

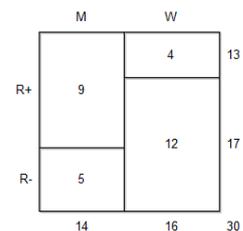


Abb. 2: Einheitsquadrat zum Rauchverhalten einer fiktiven Personengruppe erstellt mit ProVis

## 2.2 Die Modellierungssprache für digitale Baumdiagramme und Einheitsquadrate

Im Metamodell in Abbildung 3 sind die grundlegenden Konzepte, Relationen und Attribute der beiden Visualisierungsmethoden zu sehen. Zusätzlich dazu wurden in ProVis eine Vielzahl automatisch berechneter Attribute implementiert, die für die Konstruktion nötig sind. Außerdem gibt es ein Konzept, um Notizen einzufügen, und mehrere Attribute, mit denen die grafische Darstellung angepasst werden kann, etwa die Anzahl der Nachkommastellen für die gerundete Anzeige der Wahrscheinlichkeiten oder die Hervorhebung bestimmter Flächen und Werte, sowie Attribute, die zusätzliche Funktionen triggern. Da die beiden Diagrammtypen nebeneinander verwendet werden sollen, wurden beide in einem Modelltyp *ProVis Diagramm* zusammengefasst.

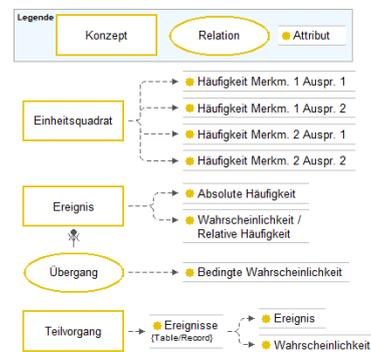


Abb. 3: ProVis Metamodell

Baumdiagramme wie in Abbildung 1 bestehen aus Elementen der Typen *Ereignis* und *Übergang* und können zu beliebig großen Bäumen zusammengesetzt werden. Konstruktionen, die nicht der Baumstruktur entsprechen, werden von vornherein vom Tool nicht zugelassen. Um sich im Baumdiagramm schnell zurechtzufinden, sind Ausgangsereignis und Endereignisse farblich orange bzw. blau hervorgehoben unter den anderen Ereignissen

<sup>3</sup> <https://www.rotekreuz.at/blutspende/blut-im-detail/wissenswertes-ueber-blut/blutgruppen>

in grün. Für eine schnellere Erstellung von Baumdiagrammen und eine Wiederverwendung von Teilvorgängen wurde für letztgenannte ein eigenes Konzept eingeführt, welches in einer Tabelle die möglichen Ereignisse und deren Eintrittswahrscheinlichkeit speichert. Ein Beispiel ist in Abbildung 1 links in der Modellierungsfläche zu sehen.

Während die Notation des Baumdiagramms simpel ist und abgesehen von der Struktur keinen Restriktionen unterliegt, lebt das *Einheitsquadrat* von seiner präzise definierten Form. Durch die automatische Anpassung der Grafik an die eingegebenen Daten fällt der Aufwand der händischen geometrischen Konstruktion weg und das Experimentieren mit verschiedenen Werten und das Bilden von Hypothesen wird angeregt. Zusätzlich bietet ProVis die Möglichkeit die für die Konstruktion berechneten Längen im Einheitsquadrat einzeln hervorzuheben. In Abbildung 4 sind beispielsweise die bedingte Häufigkeit der Raucher unter den männlichen Personen der Referenzgruppe in blau und das Assoziationsmaß, ein Indikator für die Abhängigkeit der Merkmale, in grün markiert.

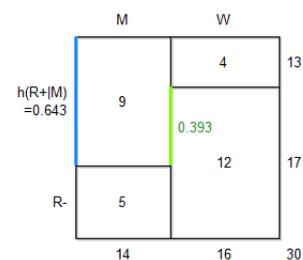


Abb. 4: Einheitsquadrat mit farbigen Hervorhebungen

### 2.3 Mechanismen und Algorithmen für eine weitere Aufwertung der Modelle

Neben der Digitalisierung der Repräsentationen stellt ProVis auch eine Reihe an zusätzlichen Funktionen zur Verfügung:

- **Layouting von Baumdiagrammen.** Modelle können per Knopfdruck einheitlich ausgerichtet werden. Dabei werden die Knoten einer Ebene auf gleicher Höhe und mit gleichmäßigem Abstand angeordnet, sodass verworrene Bäume übersichtlich werden.
- **Hilfestellungen bei der Erstellung von Baumdiagrammen.** Modellerte Teilvorgänge können für die Generierung von Baumdiagrammen herangezogen werden, indem ihre Reihenfolge im mehrstufigen Vorgang festgelegt wird. Das Baumdiagramm in Abbildung 1 wurde aus den Teilvorgängen *Blutgruppe* und *Rhesusfaktor* erzeugt.
- **Kontrollmöglichkeiten.** In Baumdiagrammen gelten bestimmte Regeln für die zusammengesetzten und bedingten Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse und Übergänge. Werden diese Werte manuell eingetragen, können sie auf Richtigkeit kontrolliert und fehlerhafte Elemente hervorgehoben werden.
- **Automatische Berechnung.** Die gleichen Regeln, die zur Kontrolle eingesetzt werden, können zur Berechnung der zusammengesetzten Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse herangezogen werden. Genauer sind diese das Produkt der Wahrscheinlichkeit des Vorgängerereignisses und der bedingten Wahrscheinlichkeiten des Übergangs.
- **Vernetzung der Visualisierungsmethoden.** Da sich die Merkmalskombinationen in Einheitsquadraten auch als Baumdiagramme abbilden lassen, bietet ProVis die Funktion, das korrespondierende Diagramm aus dem Quadrat zu generieren. Auch der umgekehrte Weg ist möglich, sofern der Baum die nötigen Voraussetzungen erfüllt.

ProVis wurde auf der Metamodellierungsplattform ADOxx<sup>4</sup> implementiert, da diese frei verfügbar ist und spezialisierte Funktionalitäten für die schnelle und einfache Erstellung von Modellierungswerkzeugen bietet. Die Hauptaugenmerke der Methode – die Notation und die Mechanismen und Algorithmen – wurden mit den ADOxx spezifischen Sprachen GraphRep und AdoScript realisiert. Mit Hilfe der dynamischen Repräsentationsmöglichkeiten von GraphRep basierend auf Attributen wurden umfangreiche Konfigurationsmöglichkeiten für die Darstellung umgesetzt. Die oben beschriebenen methodenspezifischen Funktionalitäten wurden mit AdoScript unter Verwendung von Visual Studio Code und der AdoScript Erweiterung<sup>5</sup> implementiert. ProVis steht auf der Homepage des OMiLAB Austria<sup>6</sup> frei zum Download zur Verfügung.

### 3 Ausblick

Aktuell liegt ProVis in einer initialen Version vor und soll dem Grundgedanken des AMME Lifecycles [Ka15] folgend zusammen mit den Anwendern kontinuierlich weiterentwickelt werden, um den Mehrwert der Modelle weiter zu steigern. Im nächsten Schritt werden in Zusammenarbeit mit den Lehrenden erste Erhebungen im Schulunterricht durchgeführt. ProVis wurde im Zuge eines Diplomarbeitprojekts der Autorin unter der Betreuung von ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Stefan Götz an der Universität Wien entwickelt.

### Literaturverzeichnis

- [Bo19] Bork, Dominik; Buchmann, Robert; Karagiannis, Dimitri; Lee, Moonkun; Miron, Elena-Teodora: An Open Platform for Modeling Method Conceptualization: The OMiLAB Digital Ecosystem. *Communications of the Association for Information Systems*, S. 673–679, 2019.
- [Bu11] Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE), Hrsg. *Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe – Auf dem Weg zur standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung. Teil 1*. Leykam, Graz, 2011.
- [Bu19] Buchmann, Robert; Ghiran, Ana-Maria; Döller, Victoria; Karagiannis, Dimitris: Conceptual Modeling Education as a “Design Problem”. *CSIMQ*, (21):21–33, 2019.
- [EV13] Eichler, Andreas; Vogel, Markus: *Leitidee Daten und Zufall: Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik*. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden, 2. Auflage, 2013.
- [Ka15] Karagiannis, Dimitris: Agile modeling method engineering. In: *Proceedings of the 19th Panhellenic Conference on Informatics*. ACM, S. 5–10, 2015.
- [KK02] Karagiannis, Dimitris; Kühn, Harald: *Metamodelling Platforms*. In: *Proceedings of the Third International Conference on E-Commerce and Web Technologies*. Springer, 2002.
- [Leh] Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen. <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568>. Zuletzt aufgerufen 11.01.2020.
- [WG02] Wolpers, Hans; Götz, Stefan: *Didaktik der Stochastik, Band 3. Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II*. Vieweg, Braunschweig, 2002.

<sup>4</sup> [www.adoxx.org](http://www.adoxx.org)

<sup>5</sup> <https://marketplace.visualstudio.com/items?itemName=ADOxxorg.adoxx-adoscript>

<sup>6</sup> <https://austria.omilab.org/psm/content/provis>